www.AlevelApi.com

NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2020

10 - සංයුක්ත ගණිතය I

නව/පැරණි නිර්දේශය

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

www.alevelapi.com

මෙය උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.
ප්‍රධාන/ සහකාර පරීක්ෂක රැස්වීමේ දී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුව මෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතුව ඇත.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

නව නිර්දේශය

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

www.AlevelApi.com

අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය - 2020

10 - සංයුක්ත ගණිතය I

(නව/පැරණි නිර්දේශ)

ලකුණු බෙදීයාම

I පත්‍රය

A කොටස : 10 × 25 = 250

B කොටස : 05 × 150 = 750

එකතුව = 1000 / 10

I පත්‍රය අවසාන ලකුණ = 100

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ පොදු ශිල්පීය ක්‍රම

උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ හා ලකුණු ලැයිස්තුවල ලකුණු සටහන් කිරීමේ සම්මත ක්‍රමය අනුගමනය කිරීම අනිවාර්යයෙන් ම කළ යුතුවේ. ඒ සඳහා පහත පරිදි කටයුතු කරන්න.

1. උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමට රතුපාට බෝල් පොයින්ට් පෑනක් පාවිච්චි කරන්න.

2. සෑම උත්තරපත්‍රයකම මුල් පිටුවේ සහකාර පරීක්ෂක සංකේත අංකය සටහන් කරන්න. ඉලක්කම් ලිවීමේදී **පැහැදිලි ඉලක්කමෙන්** ලියන්න.

3. ඉලක්කම් ලිවීමේදී වැරදුණු අවස්ථාවක් වේ නම් එය පැහැදිලිව තනි ඉරකින් කපා හැර නැවත ලියා කෙටි අත්සන යොදන්න.

4. එක් එක් ප්‍රශ්නයේ අනු කොටස්වල පිළිතුරු සඳහා හිමි ලකුණු ඒ ඒ කොටස අවසානයේ △ ක් තුළ ලියා දක්වන්න. අවසාන ලකුණු ප්‍රශ්න අංකයත් සමඟ □ ක් තුළ, භාග සංඛ්‍යාවක් ලෙස ඇතුළත් කරන්න. ලකුණු සටහන් කිරීම සඳහා පරීක්ෂකවරයාගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා ඇති තීරුව භාවිත කරන්න.

උදාහරණ : ප්‍රශ්න අංක 03

(i) ..... √ △ 4/5

(ii) ..... √ △ 3/5

(iii) ..... √ △ 3/5

03 (i) $\frac{4}{5}$ + (ii) $\frac{3}{5}$ + (iii) $\frac{3}{5}$ = □ $\frac{10}{15}$

www.alevelapi.com

බහුවරණ උත්තරපත්‍ර : (කවුළු පත්‍රය)

1. අ.පො.ස. (උ.පෙළ) හා තොරතුරු තාක්ෂණ විභාගය සඳහා කවුළු පත්‍ර දෙපාර්තමේන්තුව මගින් සකසනු ලැබේ. නිවැරදි වරණ කපා ඉවත් කළ සහතික කරන ලද කවුළුපතක් ඔබ වෙත සපයනු ලැබේ. සහතික කළ කවුළු පත්‍රයක් භාවිත කිරීම පරීක්ෂකගේ වගකීම වේ.

2. අනතුරුව උත්තරපත්‍ර හොඳින් පරීක්ෂා කර බලන්න. කිසියම් ප්‍රශ්නයකට එක් පිළිතුරකට වඩා ලකුණු කර ඇත්නම් හෝ එකම පිළිතුරක්වත් ලකුණු කර නැත්නම් හෝ වරණ කැපී යන පරිදි ඉරක් අඳින්න. ඇතැම් විට අයදුම්කරුවන් විසින් මුලින් ලකුණු කර ඇති පිළිතුරක් මකා වෙනත් පිළිතුරක් ලකුණු කර තිබෙන්නට පුළුවන. එසේ මකන ලද අවස්ථාවකදී පැහැදිලිව මකා නොමැති නම් මකන ලද වරණය මත ද ඉරක් අඳින්න.

3. කවුළු පත්‍රය උත්තරපත්‍රය මත නිවැරදිව තබන්න. නිවැරදි පිළිතුර ✓ ලකුණකින් ද, වැරදි පිළිතුර 0 ලකුණකින් ද වරණ මත ලකුණු කරන්න. නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව ඒ ඒ වරණ තීරයට පහළින් ලියා දක්වන්න. අනතුරුව එම සංඛ්‍යා එකතු කර මුළු නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව අදාළ කොටුව තුළ ලියන්න.

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

ව්‍යුහගත රචනා හා රචනා උත්තරපත්‍ර :

1. අයදුම්කරුවන් විසින් උත්තරපත්‍රයේ හිස්ව තබා ඇති පිටු හරහා රේඛාවක් ඇඳ කපා හරින්න. වැරදි හෝ නුසුදුසු පිළිතුරු යටින් ඉරි අඳින්න. ලකුණු දිය හැකි ස්ථානවල හරි ලකුණු යෙදීමෙන් එය පෙන්වන්න.

2. ලකුණු සටහන් කිරීමේදී ඕවර්ලන්ඩ් කඩදාසියේ දකුණු පස තීරය යොදා ගත යුතු වේ.

3. සෑම ප්‍රශ්නයකටම දෙන මුළු ලකුණු උත්තරපත්‍රයේ මුල් පිටුවේ ඇති අදාළ කොටුව තුළ ප්‍රශ්න අංකය ඉදිරියෙන් අංක දෙකකින් ලියා දක්වන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස් අනුව ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීම කළ යුතුවේ. සියලු ම උත්තර ලකුණු කර ලකුණු මුල් පිටුවේ සටහන් කරන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස්වලට පටහැනිව වැඩි ප්‍රශ්න ගණනකට පිළිතුරු ලියා ඇත්නම් අඩු ලකුණු සහිත පිළිතුරු කපා ඉවත් කරන්න.

4. පරීක්ෂාකාරීව මුළු ලකුණු ගණන එකතු කොට මුල් පිටුවේ නියමිත ස්ථානයේ ලියන්න. උත්තරපත්‍රයේ සෑම උත්තරයකටම දී ඇති ලකුණු ගණන උත්තරපත්‍රයේ පිටු පෙරළමින් නැවත එකතු කරන්න. එම ලකුණ ඔබ විසින් මුල් පිටුවේ එකතුව ලෙස සටහන් කර ඇති මුළු ලකුණට සමාන දැයි නැවත පරීක්ෂා කර බලන්න.

ලකුණු ලැයිස්තු සකස් කිරීම :

මෙවර සියලු ම විෂයන්හි අවසාන ලකුණු ඇගයීම් මණ්ඩලය තුළදී ගණනය කරනු නොලැබේ. එබැවින් එක් එක් පත්‍රයට අදාළ අවසාන ලකුණු වෙන වෙනම ලකුණු ලැයිස්තුවලට ඇතුළත් කළ යුතු ය. I පත්‍රය සඳහා බහුවරණ පිළිතුරු පත්‍රයක් පමණක් ඇති විට ලකුණු ලැයිස්තුවට ලකුණු ඇතුළත් කිරීමෙන් පසු අකුරෙන් ලියන්න. අනෙකුත් උත්තරපත්‍ර සඳහා විස්තර ලකුණු ඇතුළත් කරන්න. 51 චිත්‍ර විෂයයේ I, II හා III පත්‍රවලට අදාළ ලකුණු වෙන වෙනම ලකුණු ලැයිස්තුවල ඇතුළත් කර අකුරෙන් ද ලිවිය යුතු වේ.

***

www.alevelapi.com

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}(4r+1) = n(2n+3)$ බව සාධනය කරන්න.

$n = 1$ සඳහා, ව. පැ. $= 4 + 1 = 5$ හා

ද. පැ. $= 1(2+3) = 5$ වේ.

ව. පැ. = ද. පැ. නිසුවන් 5 දෙන්න.

$\therefore$ $n = 1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

ඕනෑම $k \in \mathbb{Z}^+$ ගෙන $n = k$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.

එනම්, $\sum_{r=1}^{k}(4r+1) = k(2k+3)$ වේ. (5)

දැන්, $\sum_{r=1}^{k+1}(4r+1) = \sum_{r=1}^{k}(4r+1) + \{4(k+1)+1\}$

$= k(2k+3) + (4k+5)$ (5) ← n=k ප්‍රතිඵලය ආදේශයට

$= 2k^2 + 7k + 5$

$= (k+1)(2k+5)$ (5)

$= (k+1)[2(k+1)+3]$

ඒ නයින්, $n = k$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම්, $n = k+1$ සඳහා ද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. $n = 1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව ඉහත පෙන්වා ඇත.

ඒ නයින්, ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

(5)

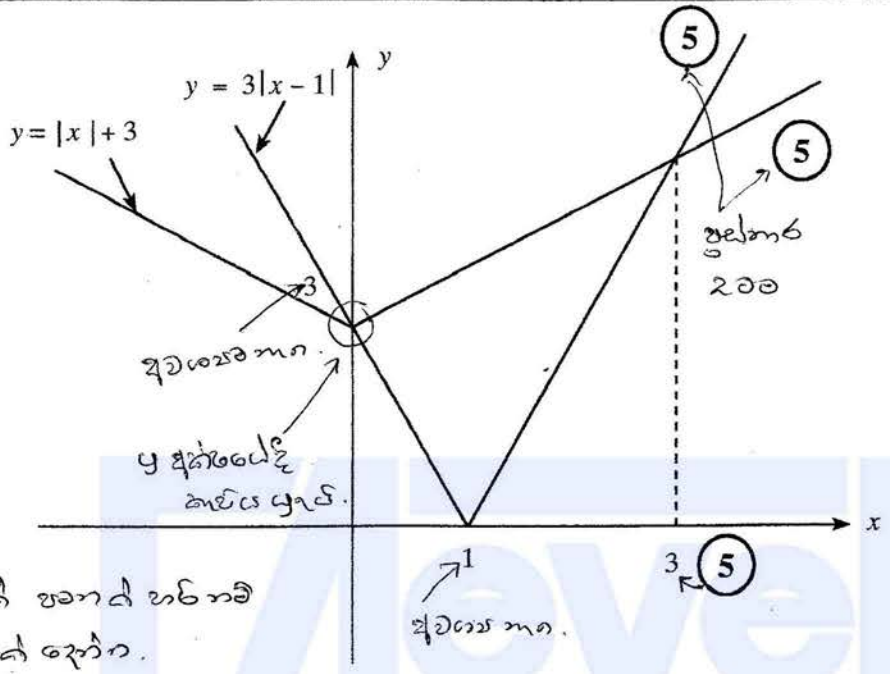
25

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

2. එක ම රූප සටහනක $y=3|x-1|$ හා $y=|x|+3$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $3|2x-1|>2|x|+3$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.



එක් ඡේදන ලක්ෂ්‍යයක x – බණ්ඩාංකය $x = 0$ වේ. අනෙක් ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ x – බණ්ඩාංකය $x > 1$ සඳහා $3(x-1) = x+3$ මගින් දෙනු ලැබේ.

මෙය $x = 3$ ලබා දෙයි.

දැන්, $3|2x-1| > 2|x| + 3$

$\Leftrightarrow$ $3|u-1| > |u| + 3$, මෙහි $u = 2x$. (5)

$\Leftrightarrow$ $u < 0$ හෝ $u > 3$ (ප්‍රස්තාරවලට අනුව)

$\Leftrightarrow$ $x < 0$ හෝ $x > \frac{3}{2}$. (5)

25

$x \in (-\infty, 0) \cup (3/2, \infty)$

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

විකල්ප ක්‍රමය I :

පෙර පරිදිම ප්‍රස්තාර සඳහා (5) + (5)

x හි අගයන් සඳහා විකල්ප ක්‍රමයක් :

$x<0 \quad 0\leq x<1/2 \quad x\geq 1/2$

$0 \qquad 1/2$

$$3\,|2x-1| > 2\,|x|+3$$

(i) අවස්ථාව $\boxed{x \geq \frac{1}{2}}$

එවිට, $3\,|2x-1| > 2\,|x|+3 \Leftrightarrow 3\,(2x-1) > 2x+3$

$$\Leftrightarrow 6x-3 > 2x+3$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$$

ඒ නයින්, මෙම අවස්ථාවේ දී විසඳුම් වන්නේ $x > \frac{3}{2}$ තෘප්ත කරන x හි අගයන් වේ.

(ii) අවස්ථාව $\boxed{0 \leq x < \frac{1}{2}}$

එවිට, $3\,|2x-1| > 2\,|x|+3 \Leftrightarrow -6x+3 > 2x+3$

$$\Leftrightarrow 0 > 8x$$

$$\Leftrightarrow 0 > x$$

ඒ නයින්, මෙම අවස්ථාවේ දී විසඳුම් නොමැත.

(iii) අවස්ථාව $\boxed{x < 0}$

නිවැරදි විසඳුම් සමඟ අවස්ථා 3 ම සඳහා (10)
නිවැරදි විසඳුම් සමඟ අවස්ථා 2ක් පමණක් සඳහා (5)

www.alevelapi.com

එවිට, $3\,|2x-1| > 2\,|x|+3 \Leftrightarrow -6x+3 > -2x+3$

$$\Leftrightarrow 0 > 4x$$

$$\Leftrightarrow x < 0$$

ඒ නයින්, මෙම අවස්ථාවේ දී විසඳුම් වන්නේ $x < 0$ තෘප්ත කරන x හි අගයන් වේ.

$\therefore$ දී ඇති අසමානතාවයෙහි විසඳුම් වන්නේ $x < 0$ හෝ $x > \frac{3}{2}$ තෘප්ත කරන x හි අගයන් වේ. (5)

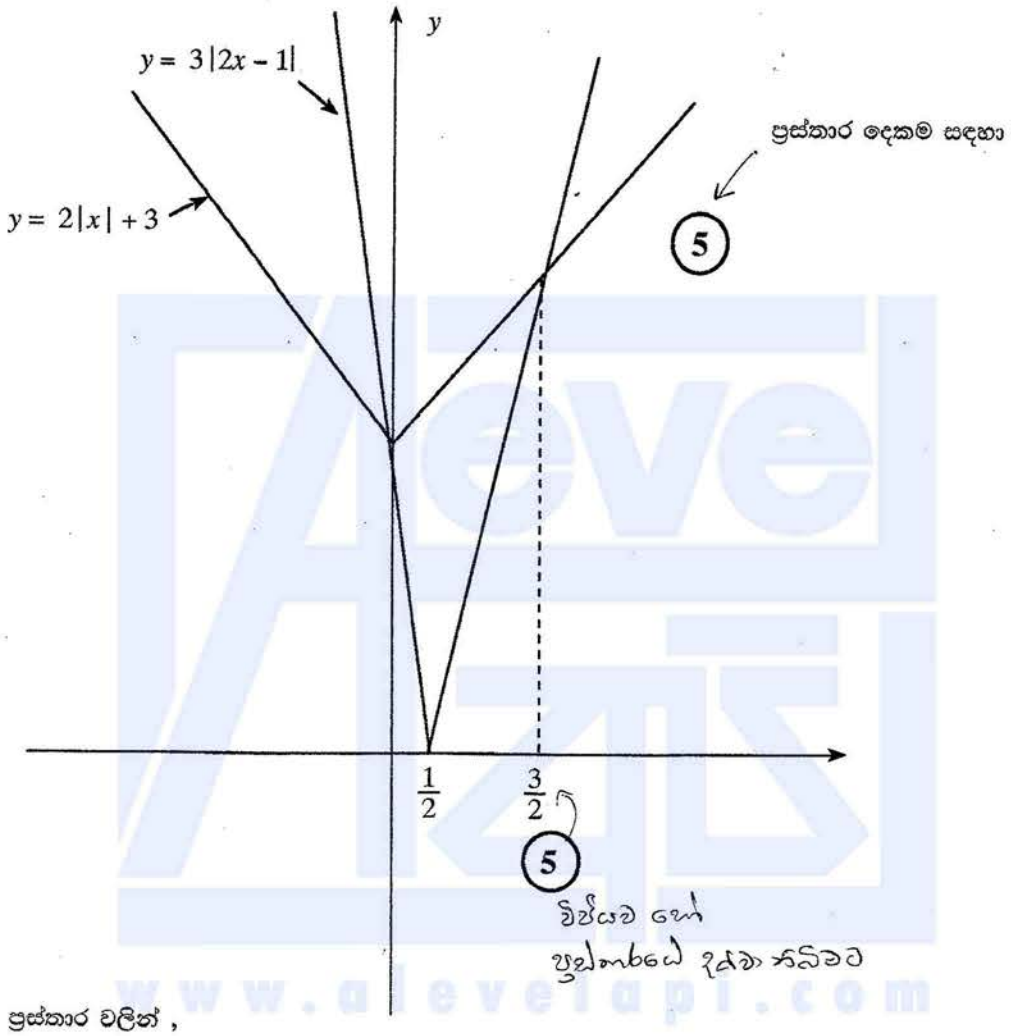
25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

විකල්ප ක්‍රමය II :

පෙර පරිදිම ප්‍රස්තාර සඳහා (5) + (5).

x හි අගයන් සඳහා විකල්ප ක්‍රමයක් :



ප්‍රස්තාර වලින් ,

$3|2x-1| > 2|x|+3$

$\Leftrightarrow \quad x<0 \text{ or } x>\frac{3}{2}$. (5)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

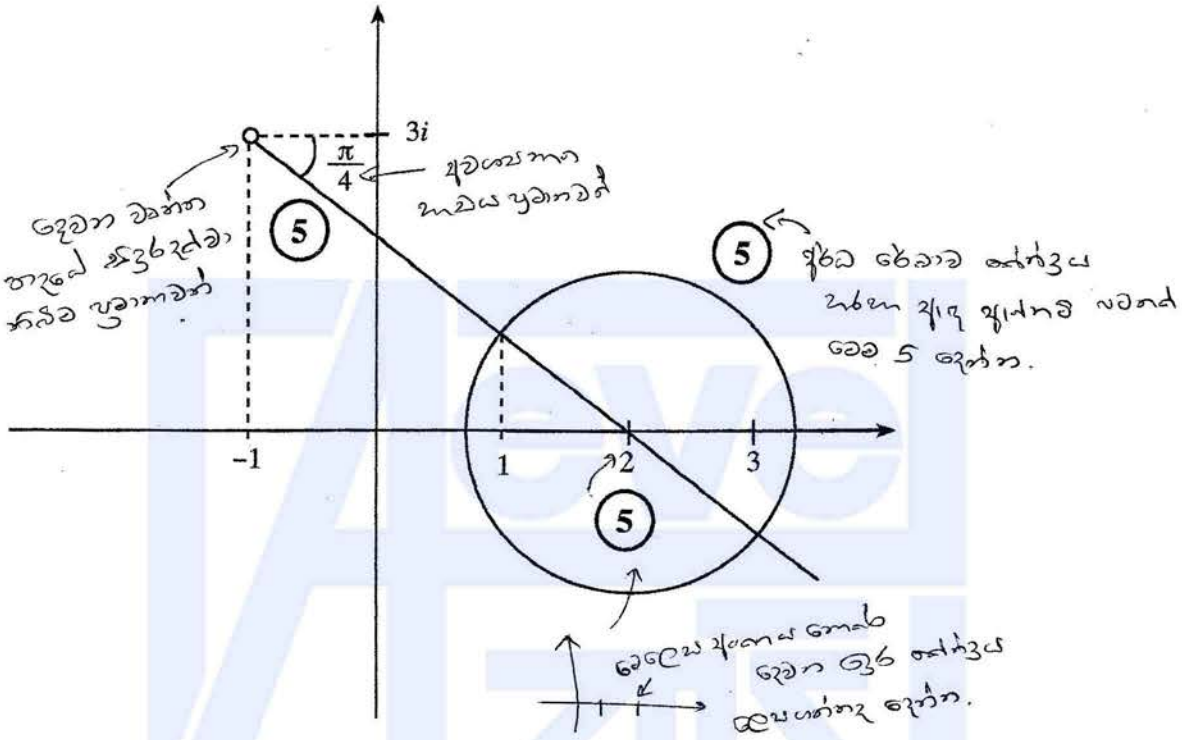
3. එක ම ආගන්ඩ් සටහනක,

(i) $\text{Arg}(z+1-3i) = -\frac{\pi}{4}$ හා

(ii) $|z-2| = \sqrt{2}$

සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථයන්හි දළ සටහන් අඳින්න.

ඒ නයින්, මෙම පථයන්හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ලියා දක්වන්න.



අවශ්‍ය සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $1+i$ (5) හා $3-i$ වේ. (5)

25

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

4. $n \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු. x හි ආරෝහණ බලවලින් $(1+x)^n$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය ලියා දක්වන්න. ඉහත ප්‍රසාරණයේ අනුයාත පද දෙකක සංගුණක සමාන නම්, n ඔත්තේ වන බව පෙන්වන්න.

$(1+x)^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r x^r$, මෙහි ${}^nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$ $r = 1, 2, \ldots, n$ සඳහා (5) (5)

හා ${}^nC_0 = 1$.

ඉහත සූත්‍රය මාර්ගගත් ලියන. ඉහත සූත්‍රය ආකෝක පිළිවෙලට පළමු පදය, දෙවන පදය, අවසාන පදය නිවැරදි ලියා ඇත.

අනුයාත පද දෙකක් ${}^nC_r$ හා ${}^nC_{r+1}$ ලෙස ගත හැක.

${}^nC_r = {}^nC_{r+1}$; (5) මෙහි $r \in \{0, 1, \ldots n-1\}$.

${}^nC_{r-1} = {}^nC_r$ (5)

$\Leftrightarrow \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n!}{(r+1)!\,(n-r-1)!}$ (5)

$\Leftrightarrow \frac{1}{n-r} = \frac{1}{r+1}$

$\Leftrightarrow n - r = r + 1$

$n = 2r-1$ (5)

$\Leftrightarrow n = 2r+1$. (5)

$\therefore n$ ඔත්තේ වේ.

25

වෙනත් ක්‍රමයක් :

අනුයාත පද දෙකක් ${}^nC_{r-1}$ හා ${}^nC_r$ ලෙස ගත හැක.

${}^nC_{r-1} = {}^nC_r$; (5) මෙහි $r \in \{1, 2, 3 \ldots, n\}$.

$\Leftrightarrow \frac{n!}{[n-(r-1)]!\,(r-1)!} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$ (5)

$\Leftrightarrow \frac{1}{n-(r-1)} = \frac{1}{r}$

$\Leftrightarrow n - r + 1 = r$

$\Leftrightarrow n = 2r - 1$. (5)

$\therefore n$ ඔත්තේ වේ.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දේ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

5. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{\left(\sqrt{3x}-\sqrt{\pi}\right)} = \dfrac{2\sqrt{\pi}}{3}$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{\left(\sqrt{3x}-\sqrt{\pi}\right)}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{\left(\sqrt{3x}-\sqrt{\pi}\right)} \times \frac{\left(\sqrt{3x}+\sqrt{\pi}\right)}{\left(\sqrt{3x}+\sqrt{\pi}\right)}$$ (5) ← පුනිබද්ධයෙන් ගුණ කිරීමට

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{(3x-\pi)} \cdot \left(\sqrt{3x}+\sqrt{\pi}\right)$$ (5)

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{3\left(x-\frac{\pi}{3}\right)} \cdot \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \left(\sqrt{3x}+\sqrt{\pi}\right)$$

$$= \frac{1}{3} \lim_{u\to 0} \frac{\sin u}{u} \cdot \left(\sqrt{\pi}+\sqrt{\pi}\right)$$ (5) (5) මිශ්‍රිය කොටසේ සීමාව සෙවීමට

$$= \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 2\sqrt{\pi} = \frac{2\sqrt{\pi}}{3}$$ (5)

25

විකල්ප ක්‍රමය :

$$\frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{\left(\sqrt{3x}-\sqrt{\pi}\right)}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{\left(x-\frac{\pi}{3}\right)} \times \frac{\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$ (5) සඳහා කිරීමට

$$= \left[\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}\right] \cdot \left[\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)}\right] \frac{1}{\sqrt{3}}$$

(5) (5)

$$= \left[\lim_{u\to 0} \frac{\sin u}{u}\right]\left[\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \left(\sqrt{x}+\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)\right] \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= 1 \cdot 2\sqrt{\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$ (5)

$$= \frac{2\sqrt{\pi}}{3}$$ (5)

25

Aevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

6. $y = \dfrac{e^x}{1+e^x}$, $x = 0$, $x = \ln 3$ හා $y = 0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස x–අක්ෂය වටා රේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\frac{\pi}{4}(4\ln 2 - 1)$ බව පෙන්වන්න.

$\pi \int_0^{\ln 3} f(x)^2 \, dx$

අවශ්‍ය පරිමාව $= \pi \int_0^{\ln 3} \dfrac{e^{2x}}{(1+e^x)^2} \, dx$ (5)

පරිමාව සඳහා සූත්‍රය නිවැරදිව සාවිය

$= \pi \int_2^4 \dfrac{u-1}{u^2} \, du$; මෙහි $u = 1 + e^x$. (5)

ආදේශයට

$= \pi \int_2^4 \left\{ \dfrac{1}{u} - \dfrac{1}{u^2} \right\} du$ (5) අනුගලනය සඳහා සකස් කිරීමට

$= \pi \left\{ \ln|u| + \dfrac{1}{u} \right\} \Big|_2^4$ (5)

$= \pi \left\{ \ln 4 - \ln 2 + \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2} \right\}$

$= \dfrac{\pi}{4}\{4\ln 2 - 1\}$ (5) work leading to the answer

25

$V = \pi \int_0^{\ln 3} \left(\dfrac{e^x}{1+e^x} \right)^2 dx$

$e^x = t$

$e^x dx = dt$

$dx = dt/e^x = dt/t$

$= \pi \int_1^3 \dfrac{t^2}{(1+t)^2} \cdot \dfrac{dt}{t}$

$x = 0$ විට $t = 1$

$x = \ln 3$ විට $t = 3$

$= \pi \int_1^3 \dfrac{t+1-1}{(1+t)^2} \, dt$

$= \pi \left\{ \int_1^3 \dfrac{1}{1+t} dt - \int_1^3 \dfrac{1}{(1+t)^2} dt \right\}$

$= \pi \left\{ \left[\ln|1+t| \right]_1^3 + \left[\dfrac{1}{1+t} \right]_1^3 \right\}$

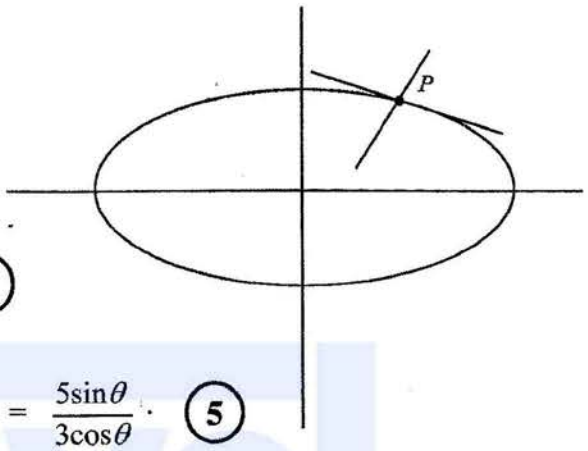
$= \pi \left[\ln 4 - \ln 2 + \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2} \right\}$

$= \dfrac{\pi}{4}(4\ln 2 - 1)$

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

7. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ ඉලිප්සයට එය මත $P\equiv(5\cos\theta,\ 3\sin\theta)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී වූ අභිලම්බ රේඛාවෙහි සමීකරණය $5\sin\theta\, x-3\cos\theta\, y=16\sin\theta\cos\theta$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ඉලිප්සයට එය මත $\left(\frac{5}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි අභිලම්බ රේඛාවේ y–අන්තඃඛණ්ඩය සොයන්න.



$x=5\cos\theta,\ y=3\sin\theta$

$\frac{dx}{d\theta}=-5\sin\theta,\ \frac{dy}{d\theta}=3\cos\theta.$ (5) දෙකටම

$\sin\theta\neq 0$ සඳහා $\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=\frac{3\cos\theta}{-5\sin\theta}$ (5)

$\cos\theta\neq 0$ සඳහා P හි දී ඇඳි අභිලම්බයේ අනුක්‍රමණය $=\frac{5\sin\theta}{3\cos\theta}$. (5)

අවශ්‍ය සමීකරණය,

$\cos\theta\neq 0$ සඳහා $y-3\sin\theta=\frac{5\sin\theta}{3\cos\theta}(x-5\cos\theta)$ වේ. (5)

$$5\sin\theta\, x-3\cos\theta\, y=16\sin\theta\cos\theta.$$

$\cos\theta=0$ වන විට ද මෙම සමීකරණය වලංගු වේ. (P යන්න y – අක්ෂය මත පිහිටන විට)

y – අන්තඃඛණ්ඩය සඳහා : $y=-\frac{16}{3}\sin\theta$.

නමුත්, $3\sin\theta=\frac{3\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

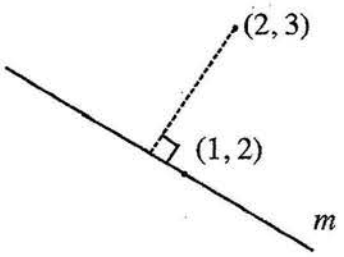
$\therefore\ y=-\frac{8}{\sqrt{3}}$. (5) විදිහට

$\therefore$ අවශ්‍ය y – අන්තඃඛණ්ඩය $\left(0,\ -\frac{8}{\sqrt{3}}\right)$ වේ.

25

Alevel ඇසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

8. $m \in \mathbb{R}$ හා l යනු $A \equiv (1, 2)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන අනුක්‍රමණය m වූ සරල රේඛාව යැයි ගනිමු.
l හි සමීකරණය m ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.
$B \equiv (2, 3)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට l රේඛාවට ඇති ලම්බ දුර ඒකක $\frac{1}{\sqrt{5}}$ බව දී ඇත.
m හි අගයන් සොයන්න.



l හි සමීකරණය

$y - 2 = m(x - 1)$ වේ. (5) පූර්ණ කිරීම අවශ්‍ය නෑ.

එනම් $y - mx - 2 + m = 0$ වේ.

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{|3 - 2m \ -2 + \ m|}{\sqrt{1 + m^2}}$$ (5) මාතංග සන්නි 5 නෑ.

$$\Leftrightarrow \quad 1 + m^2 = 5(1 - m)^2$$ (5) මාතංග සොඳා වර්ග කර ඇත්නම් දැ ලකුණු දෙන්න.

$$\Leftrightarrow \quad 1 + m^2 = 5(1 - 2m + m^2)$$

$$\Leftrightarrow \quad 4m^2 - 10m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 2m^2 - 5m + 2 = 0$$ (5)

$$\Leftrightarrow \quad (2m - 1)(m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad m = \frac{1}{2} \text{ or } m = 2.$$ (5)

අවශ්‍යම නෑ.

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

9. කේන්ද්‍රය $(-2, 0)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි තිබෙන හා $(-1, \sqrt{3})$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන S වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
$A \equiv (1, -1)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට S වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.
ඒ නයින්, A සිට S ට ඇඳි ස්පර්ශකයන්හි ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යවල x–බණ්ඩාංක $5x^2 + 8x + 2 = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

$S: (x+2)^2 + y^2 = r^2$ (5)

$x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$
මෙහි $(-g,-f)$ යෙදීම c ඉවතට ලකුණ යෙදීම.

මෙය $(-1, \sqrt{3})$ හරහා යයි.

$\therefore\ 1 + 3 = r^2.$

$\therefore\ 4 = r^2.$

ඒ නයින් S හි සමීකරණය $(x+2)^2 + y^2 = 4.$ (5)

එනම් $x^2 + y^2 + 4x = 0.$ ---------- (1)

$A \equiv (1, -1)$ සිට S ට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යාය $x - y + 2(x+1) = 0$ වේ. (5)

එනම්, $3x - y + 2 = 0.$

ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය සඳහා $y = 3x + 2$, (1) හි ආදේශ කරමු. (5)

එවිට, $x^2 + (3x+2)^2 + 4x = 0.$

ඒ නයින්, $10x^2 + 12x + 4 + 4x = 0$ හා එබැවින් $5x^2 + 8x + 2 = 0$ වේ. (5) සුබ කිරීම

25

(x_0, y_0) ඇතුළත ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය

$xx_0 + yy_0 + g(x+x_0) + f(y+y_0) + c = 0$

$x_0 = 1,\ y_0 = -1,\ g = 2,\ f = 0,\ c = 0$

$x - y + 2(x+1) = 0$

Alevel ලැයිස් උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

10. $n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\theta \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු.

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ සර්වසාම්‍යය භාවිතයෙන්, $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$ බව පෙන්වන්න.

$\sec\theta + \tan\theta = \frac{4}{3}$ බව දී ඇත. $\sec\theta - \tan\theta = \frac{3}{4}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

ඒ නයින්, $\cos\theta = \frac{24}{25}$ බව පෙන්වන්න.

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ ---------- (1)

$\theta \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$ යන්න $\cos^2\theta \neq 0$ ලබා දෙයි.

ඒ නයින්, (1) න්, $1 + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$ ලැබේ. (5) ← $\cos^2\theta$ මඟින් බෙදීමට

$\therefore \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$. (5)

දැන්, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ මගින්

$(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta) = 1$ ලබා දෙයි. (5)

එබැවින් $\sec\theta + \tan\theta = \frac{4}{3}$, $\sec\theta - \tan\theta = \frac{3}{4}$. (5)

$\therefore 2\sec\theta = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{25}{12}$.

$\therefore \cos\theta = \frac{24}{25}$. (5)

25

www.alevelapi.com

Alevel ඇසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

11.(a) $f(x) = x^2 + px + c$ හා $g(x) = 2x^2 + qx + c$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ හා $c > 0$ වේ. $f(x) = 0$ හා $g(x) = 0$ සඳහා α පොදු මූලයක් ඇති බව දී ඇත. $\alpha = p - q$ බව පෙන්වන්න.

p හා q ඇසුරෙන් c සොයා,

(i) $p > 0$ නම් $p < q < 2p$ බව,

(ii) $f(x) = 0$ හි විවේචකය $(3p - 2q)^2$ බව

අපෝහනය කරන්න.

β හා γ යනු පිළිවෙළින් $f(x) = 0$ හි හා $g(x) = 0$ හි අනික් මූල යැයි ගනිමු. $\beta = 2\gamma$ බව පෙන්වන්න.

තව ද β හා γ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $2x^2 + 3(2p - q)x + (2p - q)^2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

(b) $h(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ. $x^2 - 1$ යන්න $h(x)$ හි සාධකයක් බව දී ඇත. $b = -1$ බව පෙන්වන්න.

$h(x)$ යන්න $x^2 - 2x$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $5x + k$ බව ද දී ඇත; මෙහි $k \in \mathbb{R}$ වේ. k හි අගය සොයා $h(x)$ යන්න $(x - \lambda)^2 (x - \mu)$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ වේ.

(a) α යනු $f(x) = 0$ හා $g(x) = 0$ හි පොදු මූලයක් බැවින්

$\alpha^2 + p\alpha + c = 0$ —— (1) හා (5) $2\alpha^2 + q\alpha + c = 0$ වේ. (5)

$\therefore \alpha^2 + (q - p)\alpha = 0$ හා එබැවින් $\alpha[\alpha - (p - q)] = 0$ වේ.
(5)

ඒනයින්, $\alpha = p - q$. (5) $(\because c > 0 \Rightarrow \alpha \neq 0)$

20

---

(1) $\Rightarrow c = -\alpha(\alpha + p)$ (5)

$= -(p - q)(2p - q)$ (5) (α සඳහා ආදේශයෙන්

$= -(q - p)(q - 2p)$. $-2p^2 + 3pq - q^2$

10

(i) $c > 0, \Rightarrow (q - p)(q - 2p) < 0$. (5)

p $2p$

$\therefore$ p හා $2p$ අතර q පිහිටයි.

$p > 0$ බව පෙන්වා නිර්ය යුතුයි.

$p > 0$ නම් $p < 2p$ වන බැවින් $p < q < 2p$ වේ. (5)

10

---

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(ii) $\Delta = p^2 - 4c.$ (5)

$= p^2 + 4(q-p)\ (q-2p)$ (5) C ආදේශය

$= p^2 + 4[q^2 - 3pq + 2p^2]$

$= 9p^2 - 12pq + 4q^2$

$= (3p-2q)^2.$ (5)

15

$\alpha + \beta = -p.$ (5)

$\alpha + \gamma = -\frac{q}{2}.$ (5)

$\therefore \beta - 2\gamma = -p - \alpha + q + 2\alpha$

$= -p + q + \alpha$

$= 0.$ (5) $(\because \alpha = p - q)$

$\therefore \beta = 2\gamma$

විකල්ප ක්‍රමයක්

$\alpha\beta = c$ (5)

$\alpha r = \frac{c}{2}$ (5)

එබැවින් $\alpha, \beta, \gamma \neq 0$ වන බැවින්,

$\frac{\beta}{\gamma} = 2$ (5)

$\beta = 2\gamma$

15

අවශ්‍ය සමීකරණය $(x-\beta)\ (x-\gamma) = 0$ වේ.

මෙය $x^2 - (\beta+\gamma)x + \gamma\beta = 0$ ලබා දෙයි. (10)

තවද, $\beta + \gamma = -p - \frac{q}{2} - 2\alpha = -p - \frac{q}{2} - (2p-2q) = \frac{3}{2}(q-2p).$ (5)

දැන්, $\alpha^2\beta\gamma = \frac{c^2}{2}.$

$\therefore \beta\gamma = \frac{c^2}{2(p-q)^2} = \frac{(q-p)^2(q-2p)^2}{2(p-q)^2} = \frac{1}{2}(q-2p)^2.$ (5)

$x^2 - \frac{3}{2}(q-2p)x + \frac{1}{2}(q-2p)^2 = 0.$ (5)

$2x^2 + 3(2p-q)x + (2p-q)^2 = 0.$

25

Alevel Apis උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(*b*) $(x^2 - 1)$ යන්න $h(x)$ හි සාධකයක් වන බැවින්,

$(x - 1)$ හා $(x + 1)$ යන දෙකම $h(x)$ හි සාධක වේ.

සාධක ප්‍රමේයය අනුව $h(1) = 0$ හා $h(-1) = 0$ වේ. (5) දෙකටම

$h(x) = x^3 + ax^2 + bx + c.$

මෙය තෙලින්ම ලියා ඇත්නම් ඒ 5 ම දෙන්න.

$\therefore h(1) = 1 + a + b + c = 0$ — (1) හා $h(-1) = -1 + a - b + c = 0$ — (2) වේ.

(5) (5)

(1) − (2) මගින් $2 + 2b = 0$ ලැබේ.

$\therefore \quad b = -1.$ (5)

20

$h(x) = p(x) . (x^2 - 2x) + 5x + k$ (5) , මෙහි $p(x)$ යනු ඕනෑ බහුපදයකි.

$h(0) = k.$ (5) මෙය ප්‍රතිස්ථාපනය

$h(2) = 8 + 4a + 2(-1) + c = 10 + k$ (5)

$4a + c = 4 + k$

$\therefore k = c.$

$a = 1$ (5) සුළු කිරීමට

(1) + (2), මගින් $a = -c$ ලැබේ.

$\therefore c = -1.$

එනයින්, $k = -1.$ (5) k ලබා ගැනීමට

25

$h(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

$= (x + 1) x^2 - (x + 1)$

$= (x + 1) (x^2 - 1)$ (5) k වැරදුනත් මේ ආකාරයට සාධක කිරීමට 5 දෙන්න.

$= (x + 1)^2 (x - 1).$ (5)

10

$(\lambda = -1 , \mu = 1.)$

Alevel ලාභ් උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

12. (*a*) පියානෝ වාදකයින් පස්දෙනකු, ගිටාර් වාදකයින් පස්දෙනකු, ගායිකාවන් තුන්දෙනකු හා ගායකයින් හත්දෙනකු අතුරෙන් **හරියටම** පියානෝ වාදකයින් දෙදෙනකු ද **අඩු තරමින්** ගිටාර් වාදකයින් හතරදෙනකු ද ඇතුළත් වන පරිදි සාමාජිකයන් එකොළොස්දෙනකුගෙන් සමන්විත සංගීත කණ්ඩායමක් තෝරා ගැනීමට අවශ්‍යව ඇත. තෝරා ගත හැකි එවැනි වෙනස් සංගීත කණ්ඩායම් ගණන සොයන්න.

මේවා අතුරෙන් හරියටම ගායිකාවන් දෙදෙනකු සිටින සංගීත කණ්ඩායම් ගණන ද සොයන්න.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{3r-2}{r(r+1)(r+2)}$ හා $V_r = \dfrac{A}{r+1} - \dfrac{B}{r}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $A, B \in \mathbb{R}$ වේ.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = V_r - V_{r+1}$ වන පරිදි A හා B හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{n^2}{(n+1)(n+2)}$ බව පෙන්වන්න.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

දැන්, $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $W_r = U_{r+1} - 2U_r$ යැයි ගනිමු. $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} W_r = U_{n+1} - U_1 - \sum_{r=1}^{n} U_r$ බව පෙන්වන්න.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} W_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව **අපෝහනය** කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

---

12. (*a*) P = පියානෝ වාදකයින් (5), G = ගිටාර් වාදකයින් (5), ගායකයින් (10)

FS – ගායිකාවන් (3)

MS – ගායකයන් (7)

P	G	S	ආකාර ගණන
2	4	5	$^{5}C_{2}\ ^{5}C_{4}\ ^{10}C_{5} = 12600$ (10) (5)
2	5	4	$^{5}C_{2}\ ^{5}C_{5}\ ^{10}C_{4} = 2100$ (10) (5)

12600 - නිවැරදි - 15

2100 - නිවැරදි - 15

අවශ්‍ය ආකාර ගණන $= 12600 + 2100$

$= 14700$ (5)

35

Alevel ඇප් උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

P	G	FS	MS	ආකාර ගණන
2	4	2	3	(10) ${}^5C_2\ {}^5C_4\ {}^3C_2\ {}^7C_3 = 5250$ (5)
2	5	2	2	(10) ${}^5C_2\ {}^5C_5\ {}^3C_2\ {}^7C_2 = 630$ (5)

අවශ්‍ය ආකාර ගණන $= 5250 + 630$

$= 5880$ (5) **35**

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$U_r = \dfrac{3r-2}{r(r+1)(r+2)}$ හා $V_r = \dfrac{A}{(r+1)} - \dfrac{B}{r}$.

එබැවින්, $U_r = V_r - V_{r+1}$ මගින් $\dfrac{3r-2}{r(r+1)(r+2)} = \dfrac{A}{r+1} - \dfrac{B}{r} - \dfrac{A}{r+2} + \dfrac{B}{r+1}$ ලැබේ. (5)

$\therefore \dfrac{3r-2}{r(r+1)(r+2)} = \dfrac{A}{(r+1)(r+2)} - \dfrac{B}{r(r+1)}$ හා

ඒ නයින්, $3r-2 = Ar - B(r+2)$ $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

(5)

r හි බලවල සංගුණක සැසඳීමෙන්:

r^1 : $3 = A - B$ $\Rightarrow$ $A = 4$ (5)

r^0 : $-2 = -2B$ $\Rightarrow$ $B = 1$ (5)

20

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ්‍ය හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$$U_r = V_r - V_{r+1}$$

$r=1;\quad U_1 = V_1 - V_2$

$r=2;\quad U_2 = V_2 - V_3$ } (5)

$\vdots \quad \vdots$

$r=n-1;\quad U_{n-1} = V_{n-1} - V_n$

$r=n;\quad U_n = V_n - V_{n+1}$ } (5)

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = V_1 - V_{n+1} \quad (5)$$

* A, B වැරදුනද වරදට ඇතුව ලකුණු ලබා දෙන්න.

$$= 1 - \left(\frac{4}{(n+2)} - \frac{1}{(n+1)}\right) \quad (5)$$

$$= \frac{n^2}{(n+1)(n+2)} \cdot \quad (5)$$

25

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{r=1}^{n} U_r = \lim_{n\to\infty} \left\{\frac{n^2}{(n+1)(n+2)}\right\} \quad (5)$$ සීමාව ලැබීම

$$= \lim_{n\to\infty} \left\{\frac{1}{(1+\frac{1}{n})\ (1+\frac{2}{n})}\right\}$$

$= 1.$ (5) ← සීමාවේ විදිහට ලබා ගැනීම

එමනිසා $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන අතර එහි එකතුව 1 වේ. $\sum_{r=1}^{\infty} U_r = 1$ (5)

15

$$W_r = U_{r+1} - 2U_r$$

$$\sum_{r=1}^{n} W_r = \sum_{r=1}^{n} (U_{r+1} - 2U_r)$$

$\sum_{r=1}^{n} U_{n+1} = U_2 + U_3 + \cdots + U_n + U_{n+1}$

$= \sum_{r=1}^{n} U_r - U_1 + U_{n+1}$

* expand කර දෙවන්න සමාන කර නිවැරදි ලකුණු දෙන්න.

$$= \sum_{r=1}^{n} U_r - U_1 + U_{n+1} - 2\sum_{r=1}^{n} U_r \quad (5)$$

$$= U_{n+1} - U_1 - \sum_{r=1}^{n} U_r. \quad (5)$$

10

Alevel ඇසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දේ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n} W_r = \lim_{n\to\infty} U_{n+1} - U_1 - \lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n} U_r$$

$$= 0 - \frac{1}{6} - 1 \quad (5)$$

$$= -\frac{7}{6}.$$

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} W_r$ අභිසාරී වන අතර එකතුව $-\frac{7}{6}$ වේ. (5)

10

Alevel ඇසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a+1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

$\mathbf{A}^T\mathbf{B} - \mathbf{I} = \mathbf{C}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\mathbf{I}$ යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

$\mathbf{C}^{-1}$ පවතින්නේ $a \neq 0$ **ම නම් පමණක්** බව ද පෙන්වන්න.

දැන්, $a = 1$ යැයි ගනිමු. $\mathbf{C}^{-1}$ ලියා දක්වන්න.

$\mathbf{CPC} = 2\mathbf{I} + \mathbf{C}$ වන පරිදි $\mathbf{P}$ න්‍යාසය සොයන්න.

(*b*) $z, w \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු. $|z|^2 = z\bar{z}$ බව පෙන්වා, එය $z - w$ ට යෙදීමෙන්

$|z-w|^2 = |z|^2 - 2\operatorname{Re} z\bar{w} + |w|^2$ බව පෙන්වන්න.

$|1 - z\bar{w}|^2$ සඳහා ද එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වා, $|z-w|^2 - |1-z\bar{w}|^2 = -\left(1-|z|^2\right)\left(1-|w|^2\right)$ බව පෙන්වන්න.

$|w| = 1$ හා $z \neq w$ නම් $\left|\dfrac{z-w}{1-z\bar{w}}\right| = 1$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*c*) $1+\sqrt{3}i$ යන්න $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ.

$(1+\sqrt{3}i)^m(1-\sqrt{3}i)^n = 2^8$ බව දී ඇත; මෙහි m හා n ධන නිඛිල වේ.

ද මුවාවර් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්, m හා n හි අගයන් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.

(*a*) $A^TB = \begin{bmatrix} a+1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{2\times 3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ a & 2 \end{bmatrix}_{3\times 2}$ (5)

ගෙවන්න ලිවිමට

$= \begin{bmatrix} a+1 & 1 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ (5) ගුණ කර පිළිවැරි ලබා ගැනීමට

$\therefore A^TB - I = \begin{bmatrix} a+1 & 1 \\ a & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (5)

$= \begin{bmatrix} a & 1 \\ a & 2 \end{bmatrix} = C$ (5)

20

C^{-1} පවතී $\Leftrightarrow |C| \neq 0$ (5)

$\Leftrightarrow 2a - a \neq 0$

$\Leftrightarrow a \neq 0$ (5)

ලබන අවශ්‍යතාව නැත.

10

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$a = 1$ වන විට $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. (5)

C^{-1} හෙළිත්ව ලිපුවිට ලඟු 10ම දෙන්න.

$\therefore\ C^{-1} = \dfrac{1}{2-1}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$. (5)

10

$CPC = 2I + C$

$\Leftrightarrow PC = 2C^{-1} + C^{-1}C$ (5)

$\Leftrightarrow PC = 2C^{-1} + I$

$\Leftrightarrow P = 2C^{-1}C^{-1} + C^{-1}$ (5)

$P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ලෙස ගෙන සාදුණිලුතද ලඟු දෙන්න.

$$\therefore\ P = 2\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= 2\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -7 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} \quad (5)$$

20

(*b*) $z = x + iy$ යැයි ගනිමු. , $x, y \in \mathbb{R}$

$z\bar{z} = (x + iy)(x - iy)$ (5) x, y වලින් ලිවිමට

$= x^2 - i^2y^2$

$= x^2 + y^2$

$= |z|^2$

$\therefore\ |z|^2 = z\bar{z}$. (5)

10

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$|z-w|^2 = (z-w)\,\overline{(z-w)}$ (5)

$= (z-w)\,(\overline{z}-\overline{w})$ (5)

$= z\overline{z} - z\overline{w} - \overline{z}w + w\overline{w}$

$= |z|^2 - (z\overline{w} + \overline{z\overline{w}}) + |w|^2$ (5)

$= |z|^2 - 2\,\mathrm{Re}(z\overline{w}) + |w|^2 \longrightarrow$ (1)

15

---

* $|1 - z\overline{w}|^2 = 1 - 2\,\mathrm{Re}(z\overline{w}) + |z\overline{w}|^2 \longrightarrow$ (2) (5)

$\mathrm{Re}(z\overline{w}) = \mathrm{Re}(\overline{z}w)$

(1) − (2) මගින්;

$|z-w|^2 - |1-z\overline{w}|^2 = |z|^2 + |w|^2 - 1 - |z\overline{w}|^2$ ලැබේ. (5)

$= -(1 - |w|^2 - |z|^2 + |z|^2\,|w|^2)$ (5)

$|\overline{z}| = |z|$

$|z\overline{w}|^2 = |z|^2\,|w|^2$

$= -(1-|z|^2)(1-|w|^2)$ (5) $\longrightarrow$ (3)

20

$|w| = 1$, බැවින් (3) න් $|z-w|^2 - |1-z\overline{w}|^2 = 0$ ලැබේ. (5)

$\therefore |z-w| = |1-z\overline{w}|$.

ඒ නයින්, $\dfrac{|z-w|}{|1-z\overline{w}|} = 1.$ $\left[\because z \neq w \Rightarrow z\overline{w} \neq 1\right]$

$\therefore \left|\dfrac{z-w}{1-z\overline{w}}\right| = 1$ (5)

10

---

* $|1-z\overline{z}|^2 = (1-z\overline{z})\overline{(1-z\overline{z})}$

$= (1-z\overline{z})(1-\overline{z}z)$

$= 1 - z\overline{z} - \overline{z}z + z\overline{z}z\overline{z}$

$= 1 - (z\overline{z} + \overline{z}z) + |z|^2\,|z|^2$

$= 1 - 2\mathrm{Re}(z\overline{z}) + |\overline{z}|^2\,|z|^2$

Alevel Apis උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(c) $1+\sqrt{3}\,i = 2\left\{\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ (5) — මාපාංශය (2)

$= 2\left\{\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right\}$ (5) ← විස්තාරය ($\pi/3$)

10

$(1+\sqrt{3}\,i)^m\,(1-\sqrt{3}\,i)^n = 2^m\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)^m 2^n\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)^n$ (5)

($\cos\pi/3 - i\sin\pi/3$) ලෙස ලියුවට ලකුණු දෙන්න.

$= 2^{m+n}\left(\cos\frac{m\pi}{3}+i\sin\frac{m\pi}{3}\right)\left(\cos\left(-\frac{n\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{n\pi}{3}\right)\right)$ (5) දී ප්‍රමාවර්ග යෙදීමට

$= 2^{m+n}\left(\cos(m-n)\frac{\pi}{3}+i\sin(m-n)\frac{\pi}{3}\right)$ (5)

$\therefore 2^{m+n}\left(\cos(m-n)\frac{\pi}{3}+i\sin(m-n)\frac{\pi}{3}\right)=2^8$

$\Rightarrow m+n=8$ හා $(m-n)\frac{\pi}{3}=2k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}.$

(5) (5) k නොමැතිව 2π ලියුවට ලකුණු නැත.

25

---

* $\cos 1$, $\sin 0$ වට විසඳුම $2n\pi$ වේ.

* $|1-z\bar{w}|^2 = (1-z\bar{w})(\overline{1-z\bar{w}})$

$= (1-z\bar{w})(1-\bar{z}w)$

$= 1-\bar{z}w-z\bar{w}+z\bar{z}w\bar{w}$

$= 1-(\bar{z}w+z\bar{w})+|z|^2|w|^2$

$= 1-2\mathrm{Re}(z\bar{w})+|z|^2+|w|^2$

Aevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

14. (*a*) $x \neq 3$ සඳහා $f(x) = \dfrac{x(2x-3)}{(x-3)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $x \neq 3$ සඳහා $f'(x) = \dfrac{9(1-x)}{(x-3)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

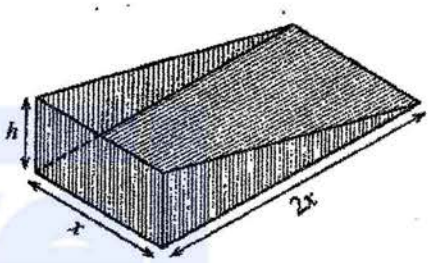
$f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$x \neq 3$ සඳහා $f''(x) = \dfrac{18x}{(x-3)^4}$ බව දී ඇත.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(*b*) යාබද රූපයෙන් දූවිලි එකතු කරනයක මිට රහිත කොටස දැක්වේ. සෙන්ටිමීටරවලින් එහි මාන රූපයේ දැක්වේ. එහි පරිමාව x^2h cm^3 යන්න 4500 cm^3 බව දී ඇත.
එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය S cm^2 යන්න $S = 2x^2 + 3xh$ මගින් දෙනු ලැබේ. S අවම වන්නේ $x = 15$ වන විට බව පෙන්වන්න.



(*a*) $x \neq 3$; සඳහා $f(x) = \dfrac{x(2x-3)}{(x-3)^2}$

එවිට, $f'(x) = \dfrac{1}{(x-3)^2}\left[2x - 3 + 2x\right] - \dfrac{2x(2x-3)}{(x-3)^3}$ (20)

$= \dfrac{(x-3)(4x-3) - 2x(2x-3)}{(x-3)^3}$

One mistake – (5)
two mistakes – (10)
three mistakes – no marks

$= \dfrac{4x^2 - 15x + 9 - 4x^2 + 6x}{(x-3)^3}$

$= \dfrac{9(1-x)}{(x-3)^3}$. (5)

25

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$ (5)

	$-\infty < x < 1$	$1 < x < 3$	$3 < x < \infty$
$f'(x)$ හි ලකුණ	(–)	(+)	(–)
$f(x)$ is	↘ අඩුවේ. ↓	↗ වැඩිවේ. ↑	↘ අඩුවේ. ↓
	(5)	(5)	(5)

(–) (+) (–)
1 3

$f'(x)$ ලියා නොතිබුනද ලකුණු 15 දෙන්න.

← අවශ්‍ය වේ. වෙය සන්නම් 10 ක් පමණක් දෙන්න. (+, – පමණක් ලියා ඇත්නම්)

$\therefore f(x)$ යන්න $[1, 3)$ මත වැඩි වන අතර $(-\infty, 1]$ හා $(3, \infty)$ මත අඩුවේ.

20

ලකුණ නොතිබා අඩුවේ වැඩිවේ ලියා තිබුනද 10 දෙන්න.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

හැරුම් ලක්ෂ්‍යය : $\left(1, -\frac{1}{4}\right)$ අවමයක් වේ.

5

05

$x \neq 3$; සඳහා $f''(x) = \dfrac{18x}{(x-3)^4}$.

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$ 5

	$-\infty < x < 0$	$0 < x < 3$
$f''(x)$ හි ලකුණ	(–)	(+)
අවතලභාවය	පහලට අවතල වේ.	ඉහලට අවතල වේ.

5 5

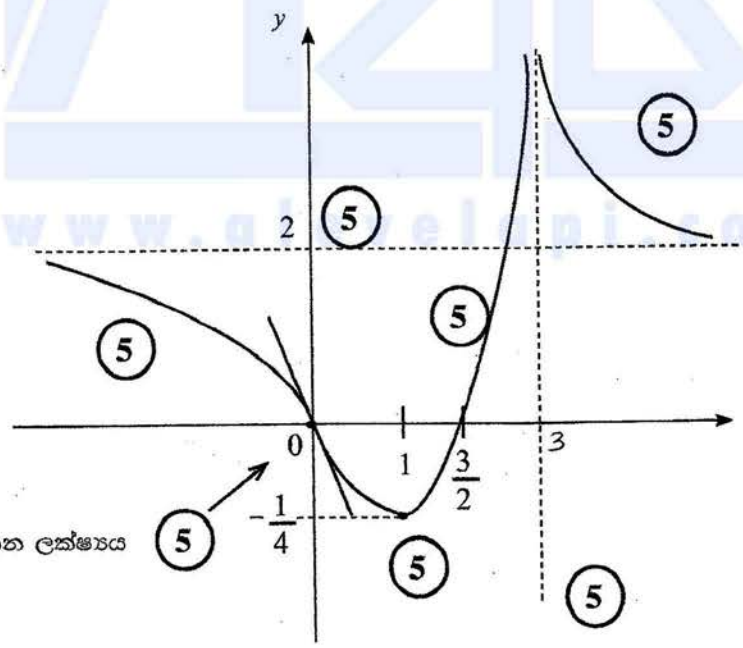
උඩු අඟල යටි අඟල වල් ලකුණු දෙන්න.

$\therefore$ නති වර්තන ලක්ෂ්‍යය $= (0, 0)$. 5

20

තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය : $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 2 \quad \therefore y = 2$ 5

සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය : $x = 3$. 5



නති වර්තන ලක්ෂ්‍යය

graph එක් කොටස් 10
සරල ඇසිම්පටෝට්ටු 10
graph එක සෙවූ x ලියා නොතැබීම් 5ක් බැගින් දෙන්න.

45

Alevel ලැස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(*b*) $x^2 h = 4500.$

ඒ නයින්, $S = 2x^2 + 3xh$

$= 2x^2 + 3x \cdot \frac{4500}{x^2}$; $x > 0$ සඳහා

(5) ← h ඇගැයීමට

$\therefore \frac{dS}{dx} = 4x - 3 \times 4500 \left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{4(x^3 - 3375)}{x^2}$.

(5) අවකලනයට

$\frac{dS}{dx} = 0$ (10) $\Leftrightarrow x = 15.$ (5)

සංජ්ඥයට

$0 < x < 15$ සඳහා, $\frac{ds}{dr} < 0$ හා $x > 15$ සඳහා $\frac{ds}{dr} > 0.$ (5)

$\therefore x = 15$ වන විට S අවම වේ. (5)

35

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

15. (*a*) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $x^3 + 13x - 16 = A(x^2+9)(x+1) + B(x^2+9) + 2(x+1)^2$ වන පරිදි A හා B නියත පවතින බව දී ඇත.

A හා B හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $\dfrac{x^3+13x-16}{(x+1)^2(x^2+9)}$ යන්න හින්න භාගවලින් ලියා දක්වා,

$\displaystyle\int \frac{x^3+13x-16}{(x+1)^2(x^2+9)}\,dx$ සොයන්න.

(*b*) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\displaystyle\int_0^1 e^x \sin^2 \pi x\,dx$ අගයන්න.

(*c*) a නියතයක් වන $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්,

$\displaystyle\int_0^{\pi} x\cos^6 x \sin^3 x\,dx = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} \cos^6 x \sin^3 x\,dx$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\displaystyle\int_0^{\pi} x\cos^6 x \sin^3 x\,dx = \frac{2\pi}{63}$ බව පෙන්වන්න.

සියලු $x \in \mathbb{R}$ යන්න සඳහා සඳහන් කිරීම වැදගත් වේ.

(*a*) සියලු $x \in \mathbb{R}$

$x^3 + 13x - 16 = A(x^2+9)(x+1) + B(x^2+9) + 2(x+1)^2$

x හි බලවල සංගුණක සැසඳූ විට ;

x^3 : $1 = A$. (5)

x^0 : $-16 = 9A + 9B + 2 \Rightarrow B = -3$.

(5) (5)

විකල්ප ක්‍රමයක්:

ආදේශයෙන්

$x = -1$: $-30 = 10B \Rightarrow B = -3$

$x = 0$: $-16 = 9A + 9B + 2 \Rightarrow A$

විදිහට වෙනත් ලියා ඇතිවිට 5'ක් අඩු කරන්න.

15

$\therefore \dfrac{x^2+13x-16}{(x+1)^2(x^2+9)} = \dfrac{1}{(x+1)} - \dfrac{3}{(x+1)^2} + \dfrac{2}{x^2+9}$ · (10)

එක් අනුරූප කොටසක් වැරදුනත් 10ක් අඩුවේ.

$\displaystyle\int \frac{x^2+13x-16}{(x+1)^2(x^2+9)}\,dx = \int \frac{1}{x+1}\,dx - 3\int \frac{1}{(x+1)^2}\,dx + 2\int \frac{1}{x^2+9}\,dx$

වාමාංශ (1) සඳහා 15 ට වැරදුනත් 5ක් අඩු කරන්න.

$= \ln|x+1| + \dfrac{3}{x+1} + \dfrac{2}{3}\tan^{-1}\left(\dfrac{x}{3}\right) + C$ · (5)

(5) (5) (5)

30

Alevel Alerts උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(b) $$\int_0^1 e^x \sin^2 \pi x \; dx = \frac{1}{2}\int_0^1 e^x(1-\cos 2\pi x)\; dx$$

5 ත්‍රිකෝණමිතික ප්‍රදායට

$$= \frac{1}{2} e^x \Big|_0^1 - \frac{1}{2}\underbrace{\int_0^1 e^x \cos 2\pi x \; dx}_{I}$$

5 ප්‍රදායලෙස්ට

$$= \frac{1}{2}(e-1) - \frac{1}{2} I. \quad \text{——— (1)}$$

5 ප්‍රගය සෙවීමට

දැන්, $$I = \int_0^1 e^x \cos 2\pi x \; dx$$

$$= \underbrace{e^x \frac{\sin 2\pi x}{2\pi}\Big|_0^1}_{5} - \frac{1}{2\pi}\int_0^1 e^x \sin 2\pi x \; dx \quad 5$$

0 නොලියා තිබෙන්නේ විශ්‍රාන්ත්‍ර ලිවිමද දෙන්න.

$$= 0 - \frac{1}{2\pi}\left[\left(-e^x \frac{\cos 2\pi x}{2\pi}\right)\Big|_0^1 + \frac{1}{2\pi}\underbrace{\int_0^1 e^x \cos 2\pi x \; dx}_{I}\right]$$

5 5

$$= \frac{1}{4\pi^2}\left[e-1\right] - \frac{1}{4\pi^2} I.$$

5 5

$$\therefore I\left(1+\frac{1}{4\pi^2}\right) = \frac{1}{4\pi^2}(e-1).$$

$$\therefore I = \frac{(e-1)}{4\pi^2+1}. \quad 5$$

$\therefore$ (1) න්, $$\int_0^1 e^x \sin^2 \pi x \; dx = \frac{1}{2}(e-1) - \frac{1}{2}\frac{(e-1)}{(4\pi^2+1)} \quad 5 + 5$$

$$= \frac{(e-1)}{2}\left[\frac{4\pi^2}{4\pi^2+1}\right]$$

$$= \frac{2(e-1)\pi^2}{1+4\pi^2}.$$

60

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(c) $I = \int_0^{\pi} x\cos^6 x \sin^3 x \, dx$

$= \int_0^{\pi} (\pi - x) \underbrace{\cos^6(\pi - x)}_{\cos^6 x} \underbrace{\sin^3(\pi - x)}_{\sin^3 x} \, dx = \int_0^{\pi} (\pi - x)\cos^6 x \sin^3 x$ (5) (5)

$= \pi \int_0^{\pi} \cos^6 x \sin^3 x \, dx - \underbrace{\int_0^{\pi} x\cos^6 x \sin^3 x \, dx}_{I}$ (5) කඩලා ලිවිටට

$\therefore I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \cos^6 x \sin^3 x \, dx$. (5)

20

$I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \cos^6 x \sin^3 x \, dx$

$= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \cos^6 x \sin^2 x \sin x \, dx$

$= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \cos^6 x (1 - \cos^2 x) \sin x \, dx$ (5)

$= \frac{\pi}{2} \left[\int_0^{\pi} \cos^6 x \sin x \, dx - \int_0^{\pi} \cos^8 x \sin x \, dx \right]$ (5)

$= \frac{\pi}{2} \left[\frac{-\cos^7 x}{7} \Big|_0^{\pi} + \frac{\cos^9 x}{9} \Big|_0^{\pi} \right]$ (5) (5)

$= \frac{\pi}{2} \left[\frac{2}{7} - \frac{2}{9} \right]$ (5)

$= \frac{2\pi}{63}$.

25

---

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

16. $A \equiv (1,2)$ හා $B \equiv (3,3)$ යැයි ගනිමු.

A හා B ලක්ෂ්‍ය හරහා යන l සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

එක එකක් l සමග $\frac{\pi}{4}$ ක සුළු කෝණයක් සාදමින් A හරහා යන l_1 හා l_2 සරල රේඛා

l මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(1+2t, 2+t)$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙ

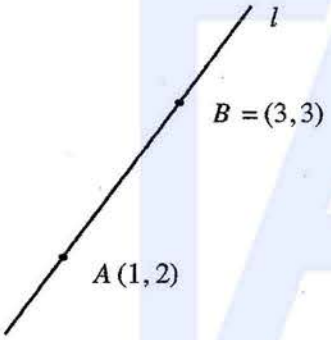
l_1 හා l_2 යන දෙකම ස්පර්ශ කරන හා කේන්ද්‍රය l මත වූ මුළුමනින්ම පළමුවන

අරය $\frac{\sqrt{10}}{2}$ වන, C_1 වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2+y^2-6x-6y+\frac{31}{2}=0$ බව ද පෙන්

විෂ්කම්භයක අන්ත A හා B වූ C_2 වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

C_1 හා C_2 වෘත්ත ප්‍රලම්බව ඡේදනය වේ දැයි නිර්ණය කරන්න.

(16)



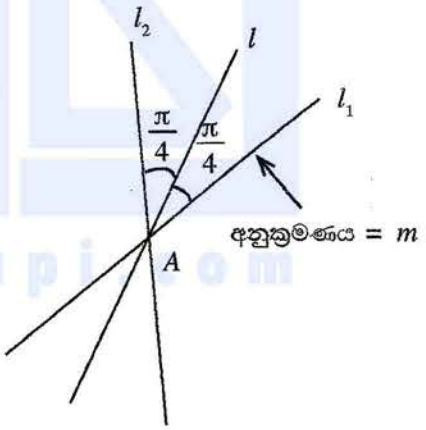
අනුක්‍රමණය $= \frac{3-2}{3-1} = \frac{1}{2}$. (5)

l හි සමීකරණය : $y-2 = \frac{1}{2}(x-1)$. (5) සමීකරණය

මෙය $x-2y+3=0$ වේ. සුළු කිරීම නිවැරදි නම්.

10

$$\tan\frac{\pi}{4} = \left|\frac{m-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}m}\right|$$ (10) මාහංගය තත්තම් (5)



$$\therefore\ 1 = \left|\frac{2m-1}{2+m}\right|$$ (5)

$\Leftrightarrow\ 2+m = \pm(2m-1)$ (5)

$\Leftrightarrow\ 2+m = 2m-1$ හෝ $2+m = -2m+1$

$\Leftrightarrow\ m = 3$ හෝ $m = -\frac{1}{3}$.

(5) (5)

මාහංගය තත්තම් 20 ක් ඉහිමි වේ.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$l_1 : y - 2 = 3(x - 1)$ හා $l_2 : y - 2 = -\frac{1}{3}(x - 1)$.

$l_1 : 3x - y - 1 = 0$ හා $l_2 : x + 3y - 7 = 0$.

(5) (5) **40**

$l : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = t$ (යැයි ගනිමු). (5)

එවිට, $x = 1 + 2t$, $y = 2 + t$, මෙහි $t \in \mathbb{R}$. (5) **10**

C_1 සඳහා

$P \equiv (1 + 2t, 2 + t)$ සිට l_1 ට ලම්බ දුර C_1 හි අරයට සමාන වේ.

එනම්, $\frac{|3(1+2t) - (2+t) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$. (10) (5)

එනම්, $|3 + 6t - 2 - t - 1| = 5$. (5)

$|5t| = 5$.

$t = \pm 1$ (5)

$P \equiv (3, 3) = B$, බැවින් $P \equiv (-1, 1)$ සුදුසු නොවේ.

(5) (5)

$C_1 : (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = \frac{5}{2}$. (5)

එනම්, $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 18 = \frac{5}{2}$

එනම්, $x^2 + y^2 - 6x - 6y + \frac{31}{2} = 0$ (5) **45**

C_2 හි සමීකරණය

$(x - 1)(x - 3) + (y - 2)(y - 3) = 0$. (15)

කේන්ද්‍රය (5), අරය (5), සමීකරණය (5)

15

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$2g_1g_2 + 2f_1f_2 = 2(-3)(-2) + 2(-3)\left(-\frac{5}{2}\right) = 27.$ (5)

(5) g_1, g_2 ආශ්‍රිතව (5) f_1, f_2 ආශ්‍රිතව

$c_1 + c_2 = \frac{31}{2} + 9 = \frac{49}{2}.$ (5)

$\therefore\ 2g_1g_2 + 2f_1f_2 \neq c_1 + c_2.$ (5)

$\therefore$ C_1 හා C_2 ප්‍රලම්භ ඡේදනය නොවේ. (5)

30

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

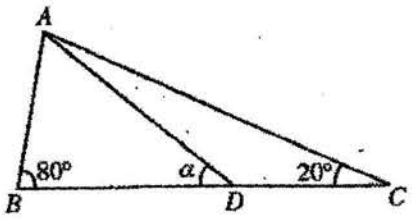
17. (*a*) $\sin A, \cos A, \sin B$ හා $\cos B$ ඇසුරෙන් $\sin(A-B)$ ලියා දක්වන්න.

(i) $\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$, හා

(ii) $2\sin 10^\circ = \cos 20^\circ - \sqrt{3}\sin 20^\circ$

බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*b*) සුපුරුදු අංකනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කරන්න.



රූපයේ දක්වා ඇති ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C = 80^\circ$ හා $A\hat{C}B = 20^\circ$ වේ. D ලක්ෂ්‍යය BC මත පිහිටා ඇත්තේ $AB = DC$ වන පරිදි ය. $A\hat{D}B = \alpha$ යැයි ගනිමු.

සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා **සයින් නීතිය** භාවිතයෙන්, $\sin 80^\circ \sin(\alpha-20^\circ) = \sin 20^\circ \sin\alpha$ බව පෙන්වන්න.

$\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$ වන්නේ ඇයිදැයි පැහැදිලි කර, **ඒ නයින්**, $\tan\alpha = \dfrac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - 2\sin 10^\circ}$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත (*a*)(ii) හි ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $\alpha = 30^\circ$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*c*) $\tan^{-1}(\cos^2 x)+\tan^{-1}(\sin x)=\dfrac{\pi}{4}$ සමීකරණය විසඳන්න.

(a) $\sin(A-B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B.$ (10)/0 **10**

(i) $\sin(90^\circ-\theta) = \sin 90^\circ\cos\theta - \cos 90^\circ\sin\theta$ (5)

$= \cos\theta.$ (5) ($\because \sin 90^\circ = 1$ හා $\cos 90^\circ = 0$.) **10**

(ii) $2\sin 10^\circ = 2\sin(30^\circ-20^\circ)$ (5)

$= 2\sin 30^\circ\cos 20^\circ - 2\cos 30^\circ\sin 20^\circ$ (5)

$= \cos 20^\circ - \sqrt{3}\sin 20^\circ.$ (5) ($\because \sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$ හා $\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$) **15**

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(b) $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$, (5) + (5)

මෙහි $BC = a, CA = b$ හා $AB = c$. **10**

සයින් නීතිය භාවිතයෙන් :

ABD ත්‍රිකෝණය සඳහා ; $\dfrac{AB}{\sin \alpha} = \dfrac{AD}{\sin 80^\circ}$. (10)

ADC ත්‍රිකෝණය සඳහා ; $\dfrac{DC}{\sin(\alpha - 20^\circ)} = \dfrac{AD}{\sin 20^\circ}$. (10)

AB = DC බවද් දැන. බෙදීමෙන්,

$\therefore \dfrac{\sin(\alpha - 20^\circ)}{\sin \alpha} = \dfrac{\sin 20^\circ}{\sin 80^\circ}$.

$\therefore \sin 80^\circ \sin(\alpha - 20^\circ) = \sin 20^\circ \sin \alpha$. (5)

25

$\sin 80^\circ = \sin(90^\circ - 10^\circ) = \cos 10^\circ$ (5) (5)

දැන්, $\sin 80^\circ \sin(\alpha - 20^\circ) = \sin 20^\circ \sin \alpha$ මගින්,

$\cos 10^\circ \sin(\alpha - 20^\circ) = 2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ \sin \alpha$ දෙනු ලැබේ. (5) (5)

$\therefore \sin\alpha \cos 20^\circ - \cos\alpha \sin 20^\circ = 2 \sin 10^\circ \sin \alpha$. (5)

$\therefore \tan \alpha (\cos 20^\circ - 2 \sin 10^\circ) = \sin 20^\circ$ (5) හා ඒ නයින්, $\tan \alpha = \dfrac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - 2 \sin 10^\circ}$. (5)

35

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(a)(ii) මගින්, $\tan\alpha = \dfrac{\sin 20^\circ}{\sqrt{3}\,\sin 20^\circ} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ලැබේ. (5)

$\therefore\ \alpha = 30^\circ$. (5) $(20^\circ < \alpha < 90^\circ)$

අවශ්‍යතා නැත.

10

(c) $\tan^{-1}(\cos^2 x) + \tan^{-1}(\sin x) = \dfrac{\pi}{4}$.

$\alpha = \tan^{-1}(\cos^2 x)$ හා $\beta = \tan^{-1}(\sin x)$ යැයි ගනිමු.

එවිට $\alpha = \dfrac{\pi}{4} - \beta$.

$\therefore\ \tan\alpha = \tan\left(\dfrac{\pi}{4} - \beta\right)$ (5)

$= \dfrac{\tan\frac{\pi}{4} - \tan\beta}{1 + \tan\frac{\pi}{4}\ \tan\beta}$. (5)

$\Rightarrow\ \cos^2 x = \dfrac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$. (5)

$\cos^2 x\ (1 + \sin x) = (1 - \sin x)$

$(1 - \sin^2 x)(1 + \sin x) = (1 - \sin x)$ (5)

$(1 - \sin x)(1 + \sin x)^2 = 1 - \sin x$

$\Rightarrow\ \sin x = 1$ හෝ $1 + \sin x = \pm 1$

$\Rightarrow\ \sin x = 1$ හෝ $\sin x = 0$ (5) $(\because \sin x \neq -2)$

$n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\Rightarrow x = n\pi + (-1)^n \dfrac{\pi}{2}$ (5) හෝ $m \in \mathbb{Z}$ සඳහා $x = m\pi$ (5)

35

---

m, n නැතිව n පමනක් දිය හැකි නිසා $\in \mathbb{Z}$ ~~[illegible]~~ පමනක් පමනක් දිය යුතුවේ 5ක් අඩු කරන්න.

Aevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

විකල්ප ක්‍රමයක් :

$\tan(\alpha+\beta) = \tan\frac{\pi}{4}$ (5)

$\therefore \quad \frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} = 1$ (5)

$\therefore \cos^2 x + \sin x = 1 - \cos^2 x \sin x$ (5)

$1 - \sin^2 x + \sin x = 1 - (1-\sin^2 x)\sin x$

$\sin x(1-\sin x)(2+\sin x) = 0$ (5)

$\Rightarrow \sin x = 1$ හෝ $\sin x = 0$ (5) $(\because \sin x \neq -2)$

$\Rightarrow x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$ (5) හෝ $x = m\pi; m \in \mathbb{Z}$. (5)

35

Alevel ලැබ් උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

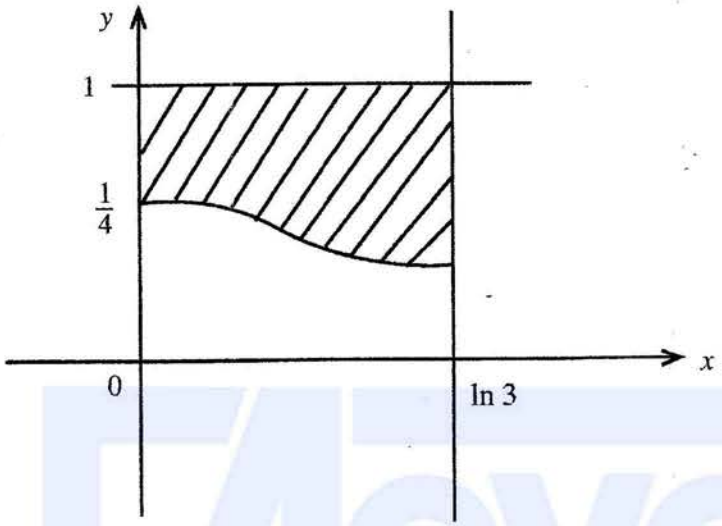
www.AlevelApi.com

පැරණි නිර්දේශය

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

6. $y = \dfrac{e^{2x}}{(1+e^x)^2}$, $x = 0$, $x = \ln 3$ හා $y = 1$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය $\ln\left(\dfrac{3}{2}\right) + \dfrac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න.



(5)

අවශ්‍ය වර්ගඵලය $= \displaystyle\int_0^{\ln 3} \left\{1 - \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2}\right\} dx$

$u = 1 + e^x$.

$= \ln 3 - \displaystyle\int_2^4 \frac{u-1}{u^2}\, du$ (5)

$= \ln 3 - \displaystyle\int_2^4 \left\{\frac{1}{u} - \frac{1}{u^2}\right\} du$ (5)

$= \ln 3 - \left\{\ln|u| + \frac{1}{u}\right\}\Big|_2^4$ (5)

$= \ln 3 - \left\{\ln 4 - \ln 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right\}$

$= \ln 3 - \left\{\ln 2 - \frac{1}{4}\right\}$

$= \ln\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{1}{4}$. (5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දේ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

7. $-\frac{\pi}{4} < t < \frac{3\pi}{4}$ සඳහා $x = 2t - \cos 2t$ හා $y = 1 - \sin 2t$ මගින් පරාමිතිකව C වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx}$ යන්න t ඇසුරෙන් සොයන්න.

C වක්‍රයට එය මත $t = \frac{\pi}{12}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි අභිලම්බ රේඛාවේ සමීකරණය $6\sqrt{3}x - 6y - \sqrt{3}\pi + 12 = 0$ බව පෙන්වන්න.

$x = 2t - \cos 2t, \quad y = 1 - \sin 2t$

$\frac{dx}{dt} = 2 + 2\sin 2t, \quad \frac{dy}{dt} = -2\cos 2t.$ (5) ලැබේ.

$\frac{dy}{dx} = \frac{-2\cos 2t}{2 + 2\sin 2t} = -\frac{\cos 2t}{1 + \sin 2t}$ (5)

$t = \frac{\pi}{12}$ මගින් $x = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ හා $y = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ලැබේ. (5)

අවශ්‍ය අභිලම්බයේ අනුක්‍රමණය $= \frac{1 + \sin\frac{\pi}{6}}{\cos\frac{\pi}{6}}$

$= \frac{\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$ (5)

අවශ්‍ය සමීකරණය :

$y - \frac{1}{2} = \sqrt{3}\left(x - \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

එනම්, $6\sqrt{3}x - 6y - \sqrt{3}\pi + 12 = 0.$ (5)

25

Alevel ලාපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

13. (*a*) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} a+1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{C}=\begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

$\mathbf{A}^T\mathbf{B}-\mathbf{I}=\mathbf{C}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\mathbf{I}$ යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

$\mathbf{C}^{-1}$ පවතින්නේ $a \neq 0$ **ම නම් පමණක්** බව ද පෙන්වන්න.

දැන්, $a=1$ යැයි ගනිමු. $\mathbf{C}^{-1}$ ලියා දක්වන්න.

$\mathbf{CPC}=2\mathbf{I}+\mathbf{C}$ වන පරිදි $\mathbf{P}$ න්‍යාසය සොයන්න.

(*b*) $z, w \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු. $|z|^2=z\bar{z}$ බව පෙන්වා, එය $z-w$ ට යෙදීමෙන්

$|z-w|^2=|z|^2-2\mathrm{Re}\,z\bar{w}+|w|^2$ බව පෙන්වන්න.

$|1-z\bar{w}|^2$ සඳහා ද එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වා, $|z-w|^2-|1-z\bar{w}|^2=-\left(1-|z|^2\right)\left(1-|w|^2\right)$ බව පෙන්වන්න.

$|w|=1$ හා $z \neq w$ නම් $\left|\frac{z-w}{1-z\bar{w}}\right|=1$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*c*) $1+\sqrt{3}i$ යන්න $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r>0$ හා $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ වේ.

ආගන්ඩ් සටහනක්, O ලක්ෂ්‍යයෙන් මූලය ද A ලක්ෂ්‍යයෙන් $1+\sqrt{3}i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ද නිරූපණය කරයි. $OABCDE$ යනු O හා A අනුයාත ශීර්ෂ ලෙස ඇතිව ශීර්ෂවල අනුපිළිවෙළ වාමාවර්ත අතට ගෙන ඇති සවිධි ෂඩස්‍රය යැයි ගනිමු. B, C, D හා E ලක්ෂ්‍ය මඟින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

(*a*) $A^TB = \begin{bmatrix} a+1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{2\times 3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ a & 2 \end{bmatrix}_{3\times 2}$ (5)

$= \begin{bmatrix} a+1 & 1 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ (5)

$\therefore A^TB-\mathrm{I} = \begin{bmatrix} a+1 & 1 \\ a & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (5)

$= \begin{bmatrix} a & 1 \\ a & 2 \end{bmatrix} = C$ (5) **20**

C^{-1} පවතී $\Leftrightarrow |C| \neq 0$ (5)

$\Leftrightarrow 2a-a \neq 0$

$\Leftrightarrow a \neq 0$ (5) **10**

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$a = 1$, වන විට $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. (5)

$\therefore\ C^{-1} = \frac{1}{2-1}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$. (5)

10

$CPC = 2I + C$

$\Leftrightarrow PC = 2C^{-1} + C^{-1}C$ (5)

$\Leftrightarrow PC = 2C^{-1} + I$

$\Leftrightarrow P = 2C^{-1}C^{-1} + C^{-1}$ (5)

$$\therefore P = 2\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= 2\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -7 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} \quad (5)$$

20

(b) $z = x + iy$ යැයි ගනිමු.

$z\bar{z} = (x + iy)(x - iy)$ (5)

$= x^2 - i^2y^2$

$= x^2 + y^2$

$= |z|^2$

$\therefore |z|^2 = z\bar{z}$. (5)

10

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$|z-w|^2 = (z-w)\,\overline{(z-w)}$ (5)

$= (z-w)\ (\overline{z}-\overline{w})$ (5)

$= z\overline{z} - z\overline{w} - \overline{z}w + w\overline{w}$

$= |z|^2 - (z\overline{w} + \overline{z\overline{w}}) + |w|^2$ (5)

$= |z|^2 - 2\,\mathrm{Re}\,(z\overline{w}) + |w|^2 \longrightarrow$ (1)

15

$|1-\overline{z}w|^2 = 1 - 2\,\mathrm{Re}\,(z\overline{w}) + |z\overline{w}|^2 \longrightarrow$ (2) (5)

(1) – (2) මගින්;

$|z-w|^2 - |1-z\overline{w}|^2 = |z|^2 + |w|^2 - 1 - |z\overline{w}|^2$ (5)

$= -(1 - |w|^2 - |z|^2 + |z|^2\,|w|^2)$ (5)

$= -(1-|z|^2)(1-|w|^2)$ (5) $\longrightarrow$ (3)

20

$|w| = 1$, බැවින් (3) න් $|z-w|^2 - |1-\overline{z}w|^2 = 0$ ලැබේ. (5)

$\therefore\ |z-w| = |1-z\overline{w}|$.

ඒ නයින්, $\dfrac{|z-w|}{|1-z\overline{w}|} = 1.$ $\left[\because z \neq w \Rightarrow z\overline{w} \neq 1\right]$

$\therefore\ \left|\dfrac{z-w}{1-z\overline{w}}\right| = 1$ (5)

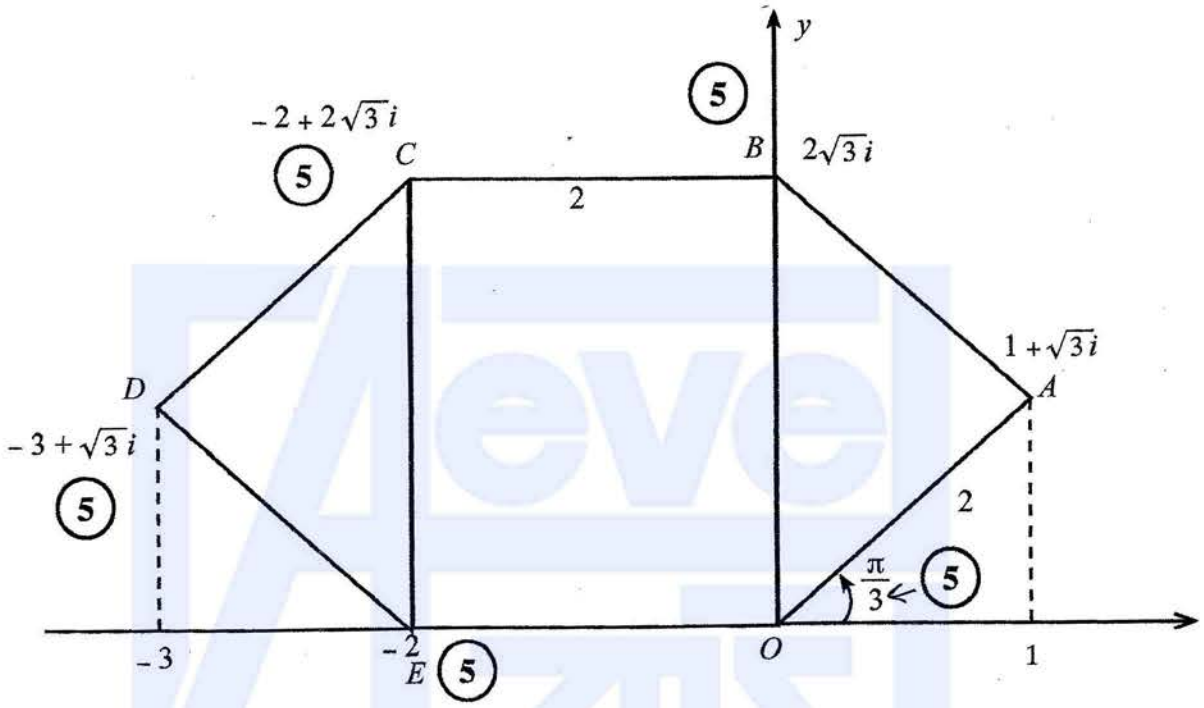
10

Alevel ඇප් උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(c) $1+\sqrt{3}\,i = 2\left\{\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ (5)

$= 2\left\{\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right\}$. (5)

10



25

www.alevelapi.com

Alevel ඇසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

14. (a) $x \neq 3$ සඳහා $f(x) = \dfrac{x(2x-3)}{(x-3)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $x \neq 3$ සඳහා $f'(x) = \dfrac{9(1-x)}{(x-3)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

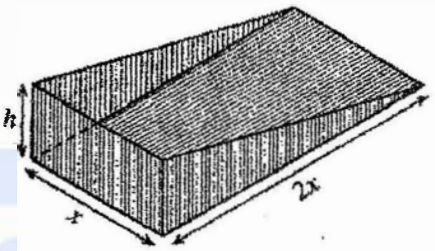
ඒ සඟින්, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා $x-$අක්ෂාංඛණ්ඩව දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ප්‍රස්තාරය ආශ්‍රිතයෙන්, $\dfrac{1}{1+f(x)} \leq \dfrac{1}{3}$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

(b) යාබද රූපයෙන් දැටිලි එකතු කරනයක මිට රහිත කොටස දැක්වේ. සෙන්ටිමීටරවලින් එහි මාන රූපයේ දැක්වේ. එහි පරිමාව x^2h cm^3 යන්න 4500 cm^3 බව දී ඇත.
එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය S cm^2 යන්න $S = 2x^2 + 3xh$ මගින් දෙනු ලැබේ. S අවම වන්නේ $x = 15$ වන විට බව පෙන්වන්න.



(a) $x \neq 3$; සඳහා $f(x) = \dfrac{x(2x-3)}{(x-3)^2}$

එවිට, $f'(x) = \dfrac{1}{(x-3)^2}\left[2x-3+2x\right] - \dfrac{2x(2x-3)}{(x-3)^3}$ (20)

$= \dfrac{(x-3)(4x-3) - 2x(2x-3)}{(x-3)^3}$

$= \dfrac{4x^2 - 15x + 9 - 4x^2 + 6x}{(x-3)^3}$

$= \dfrac{9(1-x)}{(x-3)^3}$. (5)

25

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. (5)

	$-\infty < x < 1$	$1 < x < 3$	$3 < x < \infty$
$f'(x)$ හි ලකුණ	(−)	(+)	(−)
$f(x)$	↘ අඩුවේ.	↗ වැඩිවේ.	↘ අඩුවේ.
	(5)	(5)	(5)

$\therefore f(x)$ යන්න $[1, 3)$ මත වැඩි වන අතර $(-\infty, 1]$ හා $(3, \infty)$ මත අඩුවේ.

20

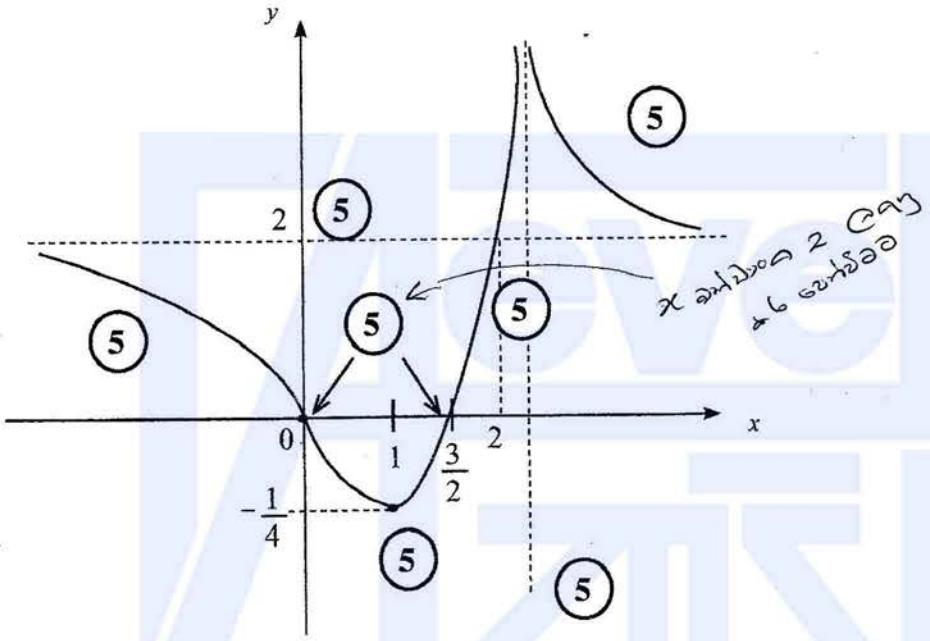
AlevelAPI උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

හැරුම් ලක්ෂ්‍යය : $\left(1, -\frac{1}{4}\right)$ ස්ථානීය අවමයකි.

(5) **05**

තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය : $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 2 \quad \therefore y = 2$ (5)

සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය : $x = 3$. (5)



45

$\frac{1}{1+f(x)} \leq \frac{1}{3}$.

$1 + f(x) > 0$ වේ. ; $x \neq 3$ වීට

$\therefore 3 \leq 1 + f(x)$. ; $x \neq 3$ වීට

$\therefore f(x) \geq 2$. (5) , $x \neq 3$ වීට,

$f(x) = 2 \Leftrightarrow x(2x-3) = 2(x-3)^2$. (5)

$\Leftrightarrow \quad 2x^2 - 3x = 2(x^2 - 6x + 9)$

$\Leftrightarrow \quad x = 2$ (5)

x හි අවශ්‍ය අගයන් $2 \leq x < 3$ හෝ $x > 3$. (5) **20**

Alevel ඇප්ස් උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දේ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(*b*) $x^2 h = 4500.$

ඒ නයින්, $S = 2x^2 + 3xh$

$$= 2x^2 + 3x \cdot \frac{4500}{x^2} \quad ; \quad x > 0 \text{ සඳහා} \qquad (5)$$

$$\therefore \quad \frac{dS}{dx} = 4x - 3 \times 4500\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{4(x^3 - 3375)}{x^2}. \qquad (5)$$

$\frac{dS}{dx} = 0$ (10) $\Leftrightarrow x = 15.$ (5)

$0 < x < 15$ සඳහා, $\frac{dS}{dr} < 0$ හා $x > 15$ සඳහා $\frac{dS}{dr} > 0.$ (5)

$\therefore x = 15$ වන විට S අවම වේ. (5)

35

Alevel ඇසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

www.AlevelApi.com

G.C.E.(A/L) Examination - 2020
10 - Combined Mathematics - Paper I
New Syllabus

1. For $n = 1$ (5)

Writing the statement for $n = k$. (5)

Substituting the result for $n = k$, in the statement for $n = k + 1$ (5)

$(k + 1)(2k + 5)$ or equivalent seen (5)

Conclusion with "by the Principle of Mathematical Induction". (5)

25

---

2. For the two graphs showing their intersection at a point on the y - axis. (10)

(Just for the shapes showing above)

(If not, or for only one correct shape (5))

$x = 3$ in the above diagram or algebraically (5)

Work leading to the answer (5)

Answer : $x < 0$ or $x > \frac{3}{2}$ (5)

25

Aliter 2 : (Last 15 marks)

For new shapes, as before (5) (for both)

$x = \frac{3}{2}$ seen (5)

Answer : (5)

---

3. Half – line with a hole in the second quadrant (5)

Circle with centre $(2, 0)$ (5)

Half – line passing through the centre (5)

Answer : $1 + i$ (5) $3 - i$ (5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

4. Expansion (5)

${}^{n}C_{r}$ in factorial (5)

${}^{n}C_{r} = {}^{n}C_{r+1}$ or ${}^{n}C_{r-1} = {}^{n}C_{r}$ (5)

Both in factorial (5)

$n = 2r + 1$ or $n = 2r - 1$ (5) **25**

---

5. Multiplication by the conjugate (5)

Forming $\dfrac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{(3x - \pi)}$ (5)

$\dfrac{\sin u}{u}$ (5) limit $(\sqrt{\pi} + \sqrt{\pi})$ (5)

Answer using $\lim\limits_{u \to 0} \dfrac{\sin u}{u} = 1$ (5) **25**

---

6. Volume $= \pi \int_{0}^{\ln 3} f(x)\,dx$ (5)

Substitution (5)

setting it up for integration (5)

Integration (both) (5)

Evaluation (5) **25**

---

7. For both $\dfrac{dx}{d\theta}$ and $\dfrac{dy}{d\theta}$ (5)

$\dfrac{dy}{dx}$ in terms of θ (5)

Gradient of the normal required equation (5)

required equation (5)

$-\dfrac{8}{\sqrt{3}}$ seen. (5) **25**

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

8. Required equation (5)

Equation for Perpendicular distance (5)

Squaring (5)

Quadratic in m (5)

Answer : $m = \frac{1}{2}$ or $m = 2$. (5) (for both)

25

---

9. Equation of S (5) + (5)

Equation of the chord of contact (5)

Solving S and the common chord to obtain a quadratic in x (5)

and obtaining the answer. (5)

25

---

10. Dividing by $\cos^2\theta$ (5)

Obtaining $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$. (5)

Factoring $\sec^2\theta - \tan^2\theta$. (5)

Obtaining the values of $\sec\theta - \tan\theta$. (5)

Obtaining the answer. (5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

Old Syllabus

6. Area $= \cancel{\pi} \int_0^{\ln 3} f(x)\,dx$ (5) $\int_0^{\ln 3} \{f(x) - g(x)\}\,dx$ හෝ $\int_0^{\ln 3} (y_2 - y_1)\,dx$

$\ln 3$ (5) ← ඇතුළු කරමි

setting up for integration (5)

Integration of the second piece (5)

Obtaining the answer (5)

25

---

7. For both $\frac{dx}{dt}$ and $\frac{dy}{dt}$ (5) දෙකටම

$\frac{dy}{dx}$ in terms of t (5)

Coordinates of the point corresponding to $t = \frac{\pi}{12}$ (for both) (5)

Gradient of the normal (5)

Obtaining the answer (5)

25

---

www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

G.C.E.(A/L) Examination - 2020
10 - Combined Mathematics - Paper II
New Syllabus

1. $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$, for A and B $\longrightarrow$ or $\longleftarrow$ (10)

(If only one momentum is correct (5))

Newton's Experimental Law (5)

Velocity of A (5)

$v_A < 0$. (5)

25

---

2. $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$\longrightarrow$ (5)

$\uparrow$ (5)

substituting for t (5)

Obtaining $\sec^2\alpha - 4\tan\alpha + 3 = 0$ (5)

$\sec^2\alpha = 1 + \tan^2\alpha$ used (5)

$\tan\alpha = 2$ (5)

25

---

3. Condition for the string to be taut (5)
$\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$

For A, (5)

For B, (5)

$V_A = \frac{u}{2}$ (5)

$T = \frac{2a}{u}$ (5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

4. Power Equation (5)

$50 \times 10^3 = F \times 25$

$\underline{F} = m\underline{a} \longrightarrow$ (5)

$a = 1$ (5)

$-500 = 1500f$ (5)

$V = \frac{25}{3} ms^{-1}$

~~$t = 75$ s~~ (5)

25

---

5. $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ (5)

$V = \frac{u}{3}$ (5)

Energy equation (10) one correct only 5

Obtaining the answer $u = \sqrt{18gl}$. (5)

25

---

6. $\overrightarrow{AB}$ in terms of **i** and **j** (5)

(Need not be simplified)

$\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ (5) or equivalent $\left(\text{For ex: } \overrightarrow{CB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\right)$

$\overrightarrow{OC}$ in terms of **i** and **j** (Need not be simplified) (5)

$\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ (or equation) (5)

Obtaining $\alpha = 1$ (5)

25

---

7. $\longrightarrow$ (5) (Equations sufficient to determine α (10))

$\uparrow$ (5)

Obtaining the Values of α (5)

An equation sufficient to determine AC. (5)

Obtaining

$AC = \frac{3}{4}a$ (5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

8. Resolving in any two non-parallel directions (5) + (5)

$\frac{1}{2} \geq \frac{|F|}{R}$ (5)

$\frac{1}{2} \geq \frac{|W-P|}{W+P}$ (10)

$\frac{W}{3} \leq P \leq 3W$ ~~(10)~~ (5) (For obtaining the answer)

(Without the absolute value, only (5) from the last (15))

25

---

9. $P(A \cap B) = \frac{3}{20}$ (5)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (5)

$P(B) = \frac{7}{20}$ (5)

$P(A)\,P(B) = \frac{21}{100}$ (5)

$\therefore P(A \cap B) \neq P(A)\,P(B)$ (5)

25

---

10. Mode $= 6 \Rightarrow$ conclusion (5)

Range $= 9 \Rightarrow$ conclusion (5)

Median $= 6 \Rightarrow$ conclusion (5)

Mean $= 6 \Rightarrow$ conclusion (5)

Answer (5)

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

Aliter Question 15.(b)

$$\int_0^1 e^x \sin^2 \pi x \, dx = \int_0^1 \sin^2 \pi x \, d(e^x) = e^x \sin^2 \pi x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x \left(\frac{d}{dx} \sin^2 \pi x \right) dx = -\pi \int_0^1 e^x \times \sin 2\pi x \, dx .$$

(5) (5) (5)

Let $I = \int_0^1 e^x \sin 2\pi x \, dx.$

Then $I = \int_0^1 \sin 2\pi x \, d(e^x) = e^x \sin 2\pi x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x \left(\frac{d}{dx} \sin 2\pi x \right) dx \quad = 0 - \int_0^1 e^x (2\pi \cos 2\pi x) \, dx$

(5) (5) (5)

$$= -2\pi \int_0^1 \cos 2\pi x \, d(e^x)$$

$$= -2\pi \left(e^x \cos 2\pi x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x \left(\frac{d}{dx} \cos 2\pi x \right) dx \right) \quad (5)$$

$$= -2\pi \left(e - 1 + 2\pi \int_0^1 e^x \sin 2\pi x \, dx \right)$$

(5)

$$= -2\pi (e-1) - 4\pi^2 I.$$

(5)

$$\therefore I = -2\pi (e-1) - 4\pi^2 I .$$

$$\therefore I = -\frac{2\pi (e-1)}{1+4\pi^2}. \quad (5)$$

$$\therefore \int_0^1 e^x \sin^2 \pi x \, dx = -\pi I = \frac{2(e-1)\pi^2}{1+4\pi^2}.$$

(5) + (5)

Aliter Question 17(b) (for the Mode):

$$\text{Mode} = L_M + C \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right)$$

$$= 40 + 20 \left(\frac{10}{10+30} \right) \quad (5) + (5)$$

$$= 45 \quad (5)$$

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .