

නව නිර්දේශය / புதிய பாடத்திட்டம் / New Syllabus

NEW இலங்கை විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
 Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

සංයුක්ත ගණිතය	I
இணைந்த கணிதம்	I
Combined Mathematics	I



B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11.(a) $f(x) = x^2 + px + c$ හා $g(x) = 2x^2 + qx + c$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ හා $c > 0$ වේ. $f(x) = 0$ හා $g(x) = 0$ සඳහා a පොදු මූලයක් ඇති බව දී ඇත. $a = p - q$ බව පෙන්වන්න.

- p හා q ඇසුරෙන් c සොයා,
- (i) $p > 0$ තම $p < q < 2p$ බව,
- (ii) $f(x) = 0$ හි විචේතකය $(3p - 2q)^2$ බව

අපේක්ෂය කරන්න.
 β හා γ යනු පිළිවෙළින් $f(x) = 0$ හි හා $g(x) = 0$ හි අනිකුත් මූල යැයි ගනිමු. $\beta = 2\gamma$ බව පෙන්වන්න.
 තව ද β හා γ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $2x^2 + 3(2p - q)x + (2p - q)^2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

(b) $h(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ. $x^2 - 1$ යන්න $h(x)$ හි සාධකයක් බව දී ඇත. $b = -1$ බව පෙන්වන්න.
 $h(x)$ යන්න $x^2 - 2x$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $5x + k$ බව ද දී ඇත; මෙහි $k \in \mathbb{R}$ වේ. k හි අගය සොයා $h(x)$ යන්න $(x - \lambda)^2 (x - \mu)$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ වේ.

12.(a) පියානෝ වාදකයින් පස්දෙනකු, ගිටාර් වාදකයින් පස්දෙනකු, ගායිකාවන් තුන්දෙනකු හා ගායකයින් හත්දෙනකු අතුරෙන් හරියටම පියානෝ වාදකයින් දෙදෙනකු ද අඩු කරමින් ගිටාර් වාදකයින් හතරදෙනකු ද ඇතුළත් වන පරිදි සාමාජිකයන් එකොළොස්දෙනකුගෙන් සමන්විත සංගීත කණ්ඩායමක් තෝරා ගැනීමට අවශ්‍යව ඇත. තෝරා ගත හැකි එවැනි වෙනස් සංගීත කණ්ඩායම් ගණන සොයන්න.
 මේවා අතුරෙන් හරියටම ගායිකාවන් දෙදෙනකු සිටින සංගීත කණ්ඩායම් ගණන ද සොයන්න.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{3r-2}{r(r+1)(r+2)}$ හා $V_r = \frac{A}{r+1} - \frac{B}{r}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $A, B \in \mathbb{R}$ වේ.
 $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = V_r - V_{r+1}$ වන පරිදි A හා B හි අගයන් සොයන්න.

එ සයි. $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{n^2}{(n+1)(n+2)}$ බව පෙන්වන්න.
 $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

ඇත්, $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $W_r = U_{r+1} - 2U_r$ යැයි ගනිමු. $\sum_{r=1}^n W_r = U_{n+1} - U_1 - \sum_{r=1}^n U_r$ බව පෙන්වන්න.
 $\sum_{r=1}^{\infty} W_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපේක්ෂය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

13.(a) $A = \begin{pmatrix} a+1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$ හා $C = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

$A^T B - I = C$ බව පෙන්වන්න; මෙහි I යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

C^{-1} පවතින්නේ $a \neq 0$ ම නම් පමණක් බව ද පෙන්වන්න.

දැන්, $a = 1$ යැයි ගනිමු. C^{-1} ලියා දක්වන්න. ✓

$CPC = 2I + C$ වන පරිදි P න්‍යාසය සොයන්න.

(b) $z, w \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු. $|z|^2 = z\bar{z}$ බව පෙන්වා, එය $z - w$ ට යෙදීමෙන්

$$|z - w|^2 = |z|^2 - 2\operatorname{Re}z\bar{w} + |w|^2 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$|1 - z\bar{w}|^2 \text{ සඳහා ද එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වා, } |z - w|^2 - |1 - z\bar{w}|^2 = -(1 - |z|^2)(1 - |w|^2) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$|w| = 1 \text{ හා } z \neq w \text{ නම් } \left| \frac{z - w}{1 - z\bar{w}} \right| = 1 \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

(c) $1 + \sqrt{3}i$ යන්න $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ.

$$(1 + \sqrt{3}i)^m (1 - \sqrt{3}i)^n = 2^8 \text{ බව දී ඇත; මෙහි } m \text{ හා } n \text{ ධන නිඛිල වේ.}$$

ද මුඛාවර් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්, m හා n හි අගයන් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.

14.(a) $x \neq 3$ සඳහා $f(x) = \frac{x(2x-3)}{(x-3)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $x \neq 3$ සඳහා $f'(x) = \frac{9(1-x)}{(x-3)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නිසි, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$$x \neq 3 \text{ සඳහා } f''(x) = \frac{18x}{(x-3)^4} \text{ බව දී ඇත.}$$

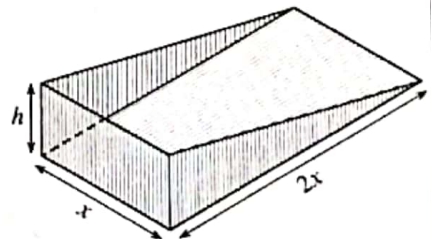
$y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝත්ම්‍රම, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) යාබද රූපයෙන් දැවිලි එකතු කරනයක මීට රහිත කොටස දැක්වේ.

සෙන්ටිමීටරවලින් එහි මාන රූපයේ දැක්වේ. එහි පරිමාව $x^2 h \text{ cm}^3$ යන්න 4500 cm^3 බව දී ඇත.

එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $S \text{ cm}^2$ යන්න $S = 2x^2 + 3xh$ මගින් දෙනු ලැබේ. S අවම වන්නේ $x = 15$ වන විට බව පෙන්වන්න.



15.(a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $x^3 + 13x - 16 = A(x^2 + 9)(x + 1) + B(x^2 + 9) + 2(x + 1)^2$

වන පරිදි A හා B නියත පවතින බව දී ඇත.

A හා B හි අගයන් සොයන්න.

එ සයිත්, $\frac{x^3 + 13x - 16}{(x + 1)^2 (x^2 + 9)}$ යන්න හිත්ත භාගවලින් ලියා දක්වා,

$$\int \frac{x^3 + 13x - 16}{(x + 1)^2 (x^2 + 9)} dx \text{ සොයන්න.}$$

(b) කෙටිස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int_0^1 e^x \sin^2 \pi x dx$ අගයන්න.

(c) a නියතයක් වන $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a - x) dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්,

$$\int_0^{\pi} x \cos^6 x \sin^3 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \cos^6 x \sin^3 x dx \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

එ සයිත්, $\int_0^{\pi} x \cos^6 x \sin^3 x dx = \frac{2\pi}{63}$ බව පෙන්වන්න.

16. $A \equiv (1, 2)$ හා $B \equiv (3, 3)$ යැයි ගනිමු.

A හා B ලක්ෂ්‍ය තරහා යන l සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

එක එකක් l සමඟ $\frac{\pi}{4}$ ක පූර් කෝණයක් සාදමින් A හරහා යන l_1 හා l_2 සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

l මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(1 + 2t, 2 + t)$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $t \in \mathbb{R}$ වේ.

l_1 හා l_2 යන දෙකම ජ්‍යෙෂ්ඨ කරන හා කේන්ද්‍රය l මත වූ මුළුමනින්ම පළලුවන වෘත්ත පාදකයේ පිහිටන අරය $\frac{\sqrt{10}}{2}$ වන, C_1 වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 - 6x - 6y + \frac{31}{2} = 0$ බව ද පෙන්වන්න.

විෂ්කම්භයක අන්ත A හා B වූ C_2 වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

C_1 හා C_2 වෘත්ත පුලම්බව පරීක්ෂා වේ දැයි තීරණය කරන්න.

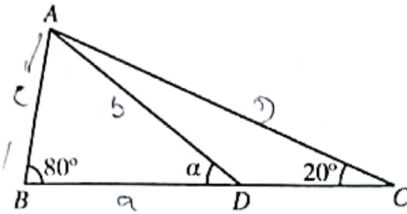
17. (a) $\sin A, \cos A, \sin B$ හා $\cos B$ ඇසුරෙන් $\sin(A-B)$ ලියා දක්වන්න.

(i) $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$, හා

(ii) $2 \sin 10^\circ = \cos 20^\circ - \sqrt{3} \sin 20^\circ$

බව අපෝහනය කරන්න.

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.



රූපයේ දක්වා ඇති ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A}BC = 80^\circ$ හා $\hat{A}CB = 20^\circ$ වේ. D ලක්ෂ්‍යය BC මත පිහිටා ඇත්තේ $AB = DC$ වන පරිදි ය. $\hat{A}DB = \alpha$ යැයි ගනිමු.

සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්, $\sin 80^\circ \sin(\alpha - 20^\circ) = \sin 20^\circ \sin \alpha$ බව පෙන්වන්න.

$\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$ වන්නේ ඇයිදැයි පැහැදිලි කර, ඒ නිසි, $\tan \alpha = \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - 2 \sin 10^\circ}$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත (a)(ii) හි ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $\alpha = 30^\circ$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c) $\tan^{-1}(\cos^2 x) + \tan^{-1}(\sin x) = \frac{\pi}{4}$ සමීකරණය විසඳන්න.

