

පැරණි නිර්දේශය පොත / பழைய பாடத்திட்டம் / Old Syllabus

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

OLD

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

සංයුක්ත ගණිතය	II
இணைந்த கணிதம்	II
Combined Mathematics	II

10 S II

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. **B කොටස**

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි 8 මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

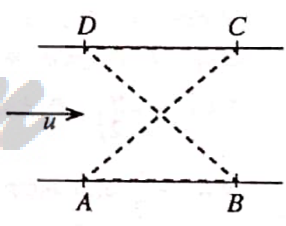
11. (a) P හා Q මෝටර් රථ දෙකක් සෘජු පාරක් දිගේ නියත ත්වරණ සහිතව එකම දිශාවකට චලනය වේ. කාලය $t = 0$ හි දී P හි ප්‍රවේගය $u \text{ ms}^{-1}$ ද Q හි ප්‍රවේගය $(u + 9) \text{ ms}^{-1}$ ද වේ. P හි නියත ත්වරණය $f \text{ ms}^{-2}$ ද Q හි නියත ත්වරණය $(f + \frac{1}{10}) \text{ m s}^{-2}$ ද වේ.

- (i) $t \geq 0$ සඳහා P හා Q හි චලිතවලට, එකම රූපයක හා
- (ii) $t \geq 0$ සඳහා P ට සාපේක්ෂව Q හි චලිතයට, වෙනම රූපයක,

ප්‍රවේග-කාල චක්‍රවල දළ සටහන් අඳින්න.

කාලය $t = 0$ හි දී P මෝටර් රථය Q මෝටර් රථයට වඩා මීටර 200 ක් ඉදිරියෙන් සිටි බව තවදුරටත් දී ඇත. P පසුකර යෑමට Q මගින් ගනු ලබන කාලය සොයන්න.

(b) සමාන්තර සෘජු ඉවුරු සහිත පළල a වූ ගඟක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගලයි. රූපයෙහි, A, B, C හා D යන ඉවුරු මත වූ ලක්ෂ්‍ය සමචතුරස්‍රයක ශීර්ෂ වේ. ජලයට සාපේක්ෂව නියත $v (> u)$ වේගයෙන් චලනය වන B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකක් එකම මොහොතක A සිට ඒවායේ ගමන් ආරම්භ කරයි. B_1 බෝට්ටුව පළමුව AC දිගේ C වෙත ගොස් ඉන්පසු CD දිශාවට ගඟ දිගේ ඉහළට D වෙත යයි. B_2 බෝට්ටුව පළමුව AB දිශාවට ගඟ දිගේ පහළට B වෙත ගොස් ඉන්පසු BD දිගේ D වෙත යයි. එකම රූපයක, B_1 හි A සිට C දක්වා ද B_2 හි B සිට D දක්වා ද චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් අඳින්න.

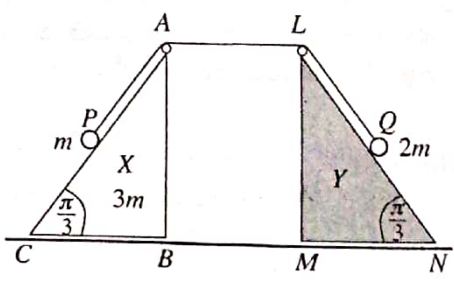


ඒ නගීන්, A සිට C දක්වා චලිතයේ දී B_1 බෝට්ටුවේ වේගය $\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2v^2 - u^2} + u)$ බව පෙන්වා B සිට D දක්වා චලිතයේ දී B_2 බෝට්ටුවේ වේගය සොයන්න.

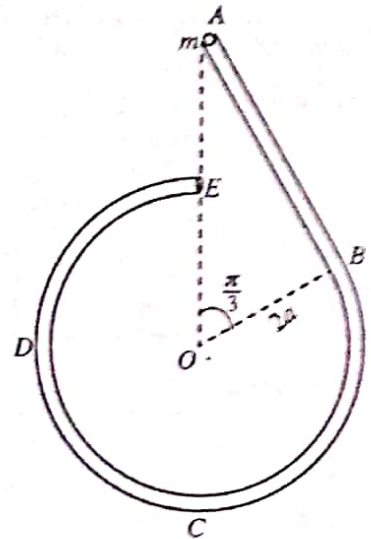
B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකම එකම මොහොතක දී D වෙත ළඟා වන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

12. (a) රූපයෙහි ABC හා LMN ත්‍රිකෝණ, $\hat{ACB} = \hat{LNM} = \frac{\pi}{3}$ හා $\hat{ABC} = \hat{LMN} = \frac{\pi}{2}$ වූ BC හා MN අඩංගු

මුහුණත් සුමට තිරස් ගෙඩිමක් මත තබන ලද පිළිවෙළින් X හා Y සර්වසම සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤ දෙකක ගුරුත්ව කේන්ද්‍ර තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. ස්කන්ධය $3m$ වූ X කුඤ්ඤය ගෙඩිම මත චලනය වීමට නිදහස් වන අතර Y කුඤ්ඤය අචලව තබා ඇත. AC හා LN රේඛා අදාළ මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වේ. A හා L හි සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පි දෙකක් මගින් යන සැහැල්ලු අචිතනය තත්කූලක දෙකෙළවර ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $2m$ වූ P හා Q අංශු දෙකකට ඇඳා ඇත. රූපයේ පරිදි ආරම්භක පිහිටීමේ දී, තත්කූල නොවූවුල්ව හා $AP = AL = LQ = a$ වන ලෙස P හා Q අංශු පිළිවෙළින් AC හා LN මත අල්වා තබා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. Y වෙත යාමට X ගනු ලබන කාලය, a හා g ඇසුරෙන් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.



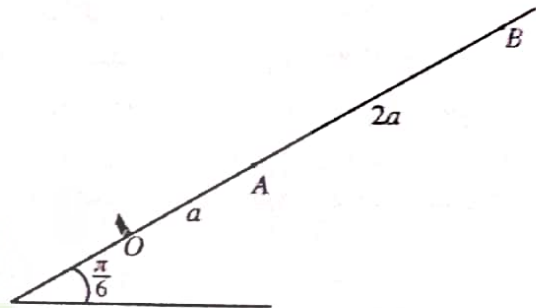
(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි සුමට සිහින් ABCDE බවයක් සිරස් තලයක සවිකර ඇත. දිග $2\sqrt{3}a$ වූ AB කොටස සෘජු වන අතර එය B හි දී අරය $2a$ වූ BCDE වෘත්තාකාර කොටසට ස්පර්ශක වේ. A හා E අන්ත O කේන්ද්‍රයට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A හි දී බවය තුළ තබා නිශ්චලතාවයේ සිට සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. \vec{OA} සමඟ θ ($\frac{\pi}{3} < \theta < 2\pi$) කෝණයක් \vec{OP} සාදන විට P අංශුවේ වේගය, v යන්න, $v^2 = 4ga(2 - \cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, එම මොහොතේ දී P අංශුව මත බවයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



P අංශුව A සිට B දක්වා චලිතයේ දී එය මත බවයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

P අංශුව B පසු කරන විට P අංශුව මත බවයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ක්ෂණිකව වෙනස් වන බව පෙන්වන්න.

13. කිරසට $\frac{\pi}{6}$ කෝණයකින් ආනත සුමට අවල තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් මත $OA = a$ හා $AB = 2a$ වන පරිදි O පහළම ලක්ෂ්‍යය ලෙස ඇතිව O, A හා B ලක්ෂ්‍ය එම පිළිවෙළින් පිහිටා ඇත.



ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තත්කූචක එක් කෙළවරක් O ලක්ෂ්‍යයට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඇඳා ඇත. P අංශුව B ලක්ෂ්‍යය කරා ළඟා වන තෙක් තත්කූච OAB රේඛාව දිගේ අදිනු ලැබේ. ඉන්පසු P අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. B සිට A දක්වා P හි චලිත සමීකරණය, $0 \leq x \leq 2a$ සඳහා, $\ddot{x} + \frac{g}{a}(x + \frac{a}{2}) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $AP = x$ වේ.

$y = x + \frac{a}{2}$ යැයි ගෙන ඉහත චලිත සමීකරණය $\frac{a}{2} \leq y \leq \frac{5a}{2}$ සඳහා $\ddot{y} + \omega^2 y = 0$ ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න; මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$ වේ.

ඉහත සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය සොයා $\dot{y}^2 = \omega^2(c^2 - y^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, c විස්තාරය හා A වෙත ළඟා වන විට P හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

O වෙත ළඟා වන විට P හි ප්‍රවේගය $\sqrt{7ga}$ බව පෙන්වන්න.

B සිට O දක්වා චලිතය විමට P මගින් ගනු ලබන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}} \left\{ \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + 2k \right\}$ බවත් පෙන්වන්න; මෙහි $k = \sqrt{7} - \sqrt{6}$ වේ.

P අංශුව O වෙත ළඟා වන විට, තලයට ලම්බව O හි සවිකර ඇති සුමට බාධකයක් හා එය ඇවෙයි. බාධකය හා P අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. $0 < e \leq \frac{1}{\sqrt{7}}$ නම්, පසුව සිදු වන P හි චලිතය සරල අනුවර්තී භාවිත බව පෙන්වන්න.

14.(a) OACB යනු සමාන්තරාස්‍රයක් යැයි ද D යනු AC මත $AD : DC = 2 : 1$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. O අනුවද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් λa හා b වේ; මෙහි $\lambda > 0$ වේ. \vec{OC} හා \vec{BD} දෛශික, a, b හා λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

දැන්, \vec{OC} යන්න \vec{BD} ට ලම්බ වේ යැයි ගනිමු. $3|a|^2 \lambda^2 + 2(a \cdot b)\lambda - |b|^2 = 0$ බව පෙන්වා $|a| = |b|$ හා $\hat{A} \hat{O} \hat{B} = \frac{\pi}{3}$ නම්, λ හි අගය සොයන්න.

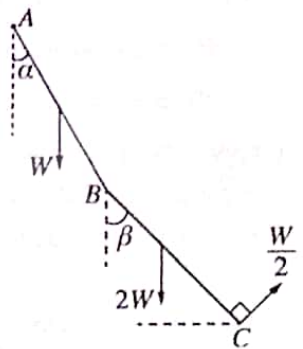
(b) කේන්ද්‍රය O හා පැත්තක දිග $2a$ වූ $ABCDEF$ සවිධි වෛගුක තලයෙහි වූ බල තුනකින් පද්ධතියක් සමන්විත වේ. මූලය O හි ද Ox -අක්ෂය \vec{OB} දිශේ ද Oy -අක්ෂය \vec{OH} දිශේ ද ඇතිව බල හා ඒවායේ ක්‍රියා ලක්ෂණ, සුදුසු ලෙස අංකනයෙන්, පහත වගුවේ දක්වා ඇත; මෙහි H යනු CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ.
(P නිව්ටන් වලින් ද a මීටර වලින් ද මනිනු ලැබේ.)

ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$ai - \sqrt{3}aj$	$3Pi + \sqrt{3}Pj$
C	$ai + \sqrt{3}aj$	$-3Pi + \sqrt{3}Pj$
E	$-2ai$	$-2\sqrt{3}Pj$

පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා, යුග්මයේ සුර්ණය සොයන්න.

දැන්, \vec{FE} දිශේ ක්‍රියා කරන විශාලත්වය $6PN$ වූ අතිරේක බලයක් මෙම පද්ධතියට ඇතුළත් කරනු ලැබේ. නව පද්ධතිය උෂ්ණතාවය වන තනි බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

15.(a) එක එකක දිග $2a$ වූ AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB දණ්ඩේ බර W ද BC දණ්ඩේ බර $2W$ ද වේ. A කෙළවර අවල ලක්ෂ්‍යකට සුමට ලෙස අසව කර ඇත. AB හා BC දඬු යටි අත් සිරස සමග පිළිවෙළින් α හා β කෝණ සාදමින් මෙම පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ, C හි දී රූපයේ පෙන්වා ඇති BC ට ලම්බ දිශාව ඔස්සේ යෙදූ $\frac{W}{2}$ බලයක් මගිනි. $\beta = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වා, B සන්ධියේ දී AB දණ්ඩ මගින් BC දණ්ඩ මත යොදන

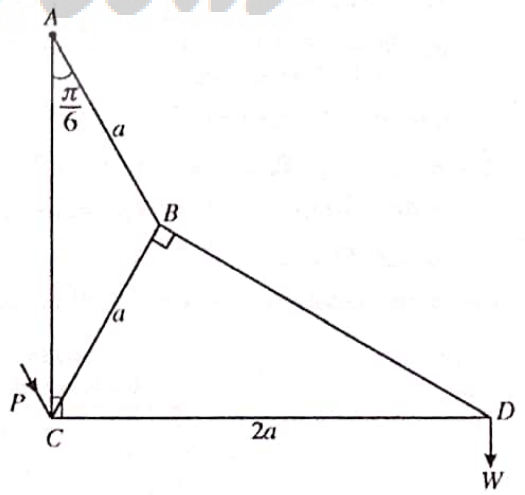


ප්‍රතික්‍රියාවෙහි තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{9}$ බවත් පෙන්වන්න.

(b) රූපයෙහි පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල ඒවායේ කෙළවරවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, BD, DC හා AC සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ.

මෙහි $AB = CB = a$ ද $CD = 2a$ ද $\hat{BAC} = \frac{\pi}{6}$ ද බව දී ඇත. රාමු සැකිල්ල A හි දී අවල ලක්ෂ්‍යකට සුමට ලෙස අසව කර ඇත. D සන්ධියේ දී W භාරයක් එල්ලා, AC සිරස්ව ද CD තිරස්ව ද ඇතිව සිරස් තලයක රාමු සැකිල්ල සමතුලිතව තබා ඇත්තේ C සන්ධියේ දී AB දණ්ඩට සමාන්තරව රූපයේ පෙන්වා ඇති දිශාවට යෙදූ P බලයක් මගිනි. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් D, B හා C සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

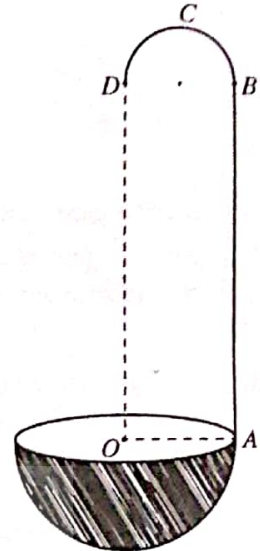


ඒ නමින්,

- (i) ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් දඬු පහේම ප්‍රත්‍යාබල, හා
- (ii) P හි අගය සොයන්න.

16. (i) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද
 (ii) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොළක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් ද
 පිහිටන බව පෙන්වන්න.

කේන්ද්‍රය O හා අරය $2a$ වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොළකට රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දිග $2\pi a$ වූ AB පාඃු කොටසකින් ද BD විෂ්කම්භය AB ට ලම්භ වන පරිදි, අරය a වූ BCD අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසකින් ද සමන්විත ඒකාකාර කම්බියකින් සාදනු ලැබූ $ABCD$ තුනී මිටක් දෘඪ ලෙස සවි කිරීමෙන් හැන්දක් සාදා ඇත. A ලක්ෂ්‍යය අර්ධ ගෝලයේ ගැට්ට මත ඇති අතර OA යන්න AB ට ලම්භ ද OD යන්න AB ට සමාන්තර ද වේ. තව ද BCD යන්න $OABD$ හි කලයේ පිහිටා ඇත. අර්ධ ගෝලයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය σ ද මිටෙහි ඒකක දිගක ස්කන්ධය $\frac{a\sigma}{2}$ ද වේ. හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, OA සිට පහළට $\frac{2}{19\pi}(8\pi - 2\pi^2 - 1)a$ දුරකින් ද O හා D හරහා යන රේඛාවේ සිට $\frac{5}{19}a$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රළු තිරස් මේසයක් මත, අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය එය ස්පර්ශ කරමින්, හැන්ද තබා ඇත. අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය හා මේසය අතර සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{7}$ කි. \vec{AO} දිශාවට A හි දී යොදනු ලබන තිරස් බලයක් මගින් OD සිරස්ව ඇතිව හැන්ද සම්තුලිතතාවයේ තැබිය හැකි බව පෙන්වන්න.

17. (a) ආරම්භයේ දී එක එකක් සුදු පාට හෝ කළු පාට වූ, පාවිත් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සමාන බෝල 3 ක් පෙට්ටියක අඩංගු වේ. දැන්, පාවිත් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම පෙට්ටියේ ඇති බෝලවලට සමාන සුදු පාට බෝලයක් පෙට්ටිය තුළට දමා ඉන්පසු සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. පෙට්ටියේ ඇති බෝලවල ආරම්භක සංයුතී හතර සම සේ හව්‍ය වේ යැයි උපකල්පනය කරමින්,
 (i) ඉවතට ගත් බෝලය සුදු පාට එකක් වීමේ,
 (ii) ඉවතට ගත් බෝලය සුදු පාට එකක් බව දී ඇති විට ආරම්භයේ දී පෙට්ටිය තුළ හරියටම කළු පාට බෝල 2 ක් තිබීමේ,
 සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) μ හා σ යනු පිළිවෙළින් $\{x_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ අගයන් කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය යැයි ගනිමු. $\{ax_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ අගයන් කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න; මෙහි a යනු නියතයකි.

එක්තරා සමාගමක සේවකයින් 50 දෙනෙකුගේ මාසික වැටුප් පහත වගුවේ සාරාංශගත කර ඇත:

මාසික වැටුප (රුපියල් දහසේ ඒවායින්)	සේවකයින් ගණන
5 - 15	9
15 - 25	11
25 - 35	14
35 - 45	10
45 - 55	6

සේවකයින් 50 දෙනාගේ මාසික වැටුප්වල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

වසරක ආරම්භයේ දී එක් එක් සේවකයාගේ මාසික වැටුප $p\%$ වලින් වැඩි කරනු ලැබේ. ඉහත සේවකයින් 50 දෙනාගේ නව මාසික වැටුප්වල මධ්‍යන්‍යය රුපියල් 29 172 බව දී ඇත. p හි අගය හා සේවකයින් 50 දෙනාගේ නව මාසික වැටුප්වල සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.
