

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka  
 ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2018 අගෝස්තු**  
**கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2018 ஓகஸ்ட்**  
**General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2018**

<b>සංයුක්ත ගණිතය</b>	<b>I</b>	<b>10 S I</b>	<b>2018.08.06 / 0830 - 1140</b>
<b>இணைந்த கணிதம்</b>	<b>I</b>		
<b>Combined Mathematics</b>	<b>I</b>		

<b>පැය තුනයි</b> மூன்று மணித்தியாலம் <b>Three hours</b>	<b>අමතර කියවීමේ කාලය</b> - මිනිත්තු 10 යි <b>மேலதிக வாசிப்பு நேரம்</b> - 10 நிமிடங்கள் <b>Additional Reading Time</b> - 10 minutes
---	--

අමතර කියවීමේ කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

<b>විභාග අංකය</b>									
-------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**උපදෙස්:**

- \* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;  
**A කොටස** (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- \* **A කොටස:**  
**සියලු ම** ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- \* **B කොටස:**  
 ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- \* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- \* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

**පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.**

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
<b>A</b>	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
<b>B</b>	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

<b>I පත්‍රය</b>	
<b>II පත්‍රය</b>	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

**අවසාන ලකුණු**

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

**සංකේත අංක**

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

A කොටස

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු  $n \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $\sum_{r=1}^n r^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$  බව සාධනය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. එක ම රූප සටහනක  $y = 3 - |x|$  හා  $y = |x - 1|$  හි ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අඳින්න.  
ඒ නගින්න හෝ අන් අයුරකින් හෝ,  $|x| + |x - 1| \leq 3$  අසමානතාව සපුරාලන  $x$  හි සියලු ම තාත්වික අගයන් සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ආගන්ථි සටහනක,  $\text{Arg}(z - 3i) = -\frac{\pi}{3}$  සපුරාලන  $z$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒ නසින් හෝ අන් අගුරකින් හෝ,  $\text{Arg}(\bar{z} + 3i) = \frac{\pi}{3}$  වන පරිදි  $|z - 1|$  හි අවම අගය සොයන්න.

4.  $\left(x^2 + \frac{3k}{x}\right)^8$  හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ  $x$  හා  $x^4$  හි සංගුණක සමාන වේ.  $k$  නියතයෙහි අගය සොයන්න.

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}{x^2(x+1)} = \frac{\pi^2}{32}$  බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

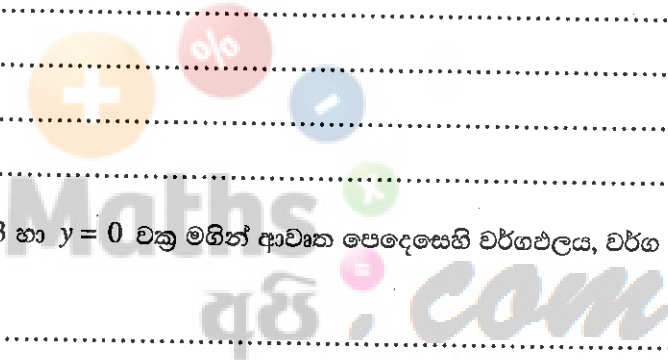
.....

.....

.....

.....

.....



6.  $y = e^{2x}$ ,  $y = e^{3-x}$ ,  $x = 0$ ,  $x = 3$  හා  $y = 0$  වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය, වර්ග ඒකක  $\frac{3}{2}(e^2 - 1)$  බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7.  $\frac{\pi}{2} < t < \pi$  සඳහා  $x = \ln\left(\tan \frac{t}{2}\right)$  හා  $y = \sin t$  පරාමිතික සමීකරණ මගින්  $C$  වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ.

$\frac{dy}{dx} = \cos t \sin t$  බව පෙන්වන්න.

$t = \frac{2\pi}{3}$  ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී  $C$  වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශ රේඛාවෙහි අනුක්‍රමණය  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$  බව අපෝහනය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8.  $l_1$  යනු  $x + y - 5 = 0$  සරල රේඛාව යැයි ගනිමු.  $P \equiv (3, 4)$  ලක්ෂ්‍යය හරහා යන හා  $l_1$  ට ලම්බ වූ  $l_2$  සරල රේඛාවෙහි සමීකරණය සොයන්න.

$Q$  යනු  $l_1$  හා  $l_2$  හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය යැයි ද  $R$  යනු  $PQ : QR = 1 : 2$  වන පරිදි  $l_2$  මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු.  $R$  හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9.  $P \equiv (1, 2)$  හා  $Q \equiv (7, 10)$  යැයි ගනිමු.  $P$  හා  $Q$  ලක්ෂ්‍ය විෂ්කම්භයක අන්ත ලෙස වූ වෘත්තයෙහි සමීකරණය  $S \equiv (x-1)(x-a) + (y-2)(y-b) = 0$  වන පරිදි  $a$  හා  $b$  නියතවල අගයන් ලියා දක්වන්න.

$S' \equiv S + \lambda(4x - 3y + 2) = 0$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $\lambda \in \mathbb{R}$  වේ.  $P$  හා  $Q$  ලක්ෂ්‍ය  $S' = 0$  වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වා, මෙම වෘත්තය  $R \equiv (1, 4)$  ලක්ෂ්‍යය හරහා යන පරිදි  $\lambda$  හි අගය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10.  $x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$  සඳහා  $\sec^3 x + 2 \sec^2 x \tan x + \sec x \tan^2 x = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$  බව පෙන්වන්න; මෙහි  $n \in \mathbb{Z}$  වේ.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka  
 ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்

**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2018 අගෝස්තු**  
**கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2018 அகஸ்து**  
**General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2018**

සංයුක්ත ගණිතය I  
 இணைந்த கணிதம் I  
 Combined Mathematics I

10 S I

**B කොටස**

\* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a)  $a, b \in \mathbb{R}$  යැයි ගනිමු.  $3x^2 - 2(a + b)x + ab = 0$  සමීකරණයේ විචලකය  $a$  හා  $b$  ඇසුරෙන් ලියා දක්වා ඒ නයිත්, මෙම සමීකරණයේ මූල තාත්වික බව පෙන්වන්න.  
 මෙම මූල  $\alpha$  හා  $\beta$  යැයි ගනිමු.  $a$  හා  $b$  ඇසුරෙන්  $\alpha + \beta$  හා  $\alpha\beta$  ලියා දක්වන්න.  
 දැන්,  $\beta = \alpha + 2$  යැයි ගනිමු.  $a^2 - ab + b^2 = 9$  බව පෙන්වා,  
 $|a| \leq \sqrt{12}$  බව අපෝහනය කර,  $a$  ඇසුරෙන්  $b$  සොයන්න.
- (b)  $c (\neq 0)$  හා  $d$  තාත්වික සංඛ්‍යා යැයි ද  $f(x) = x^3 + 4x^2 + cx + d$  යැයි ද ගනිමු.  $(x + c)$  මගින්  $f(x)$  බෙදූ විට ශේෂය  $-c^3$  වේ. තව ද  $(x - c)$  යන්න  $f(x)$  හි සාධකයක් වේ.  $c = -2$  හා  $d = -12$  බව පෙන්වන්න.  
 $c$  හා  $d$  හි මෙම අගයන් සඳහා  $(x^2 - 4)$  මගින්  $f(x)$  බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

12. (a) එක එකක පිරිමි ළමයින් තිදෙනකු හා ගැහැනු ළමයින් දෙදෙනකු සිටින කණ්ඩායම් දෙකක සාමාජිකයන් අතුරෙන්, සාමාජිකයන් හයදෙනකුගෙන් යුත් කමිටුවක් තෝරා ගත යුතුව ඇත්තේ කමිටුවේ සිටින ගැහැනු ළමයින් සංඛ්‍යාව වැඩි තරමින් දෙදෙනකු වන පරිදි ය.  
 (i) කමිටුවට එක් එක් කණ්ඩායමෙන් සාමාජිකයන් ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් තෝරා ගත යුතු නම්,  
 (ii) කමිටුවට එක් ගැහැනු ළමයකු පමණක් තෝරා ගත යුතු නම්,  
 සෑදිය හැකි එවැනි වෙනස් කමිටු ගණන සොයන්න.

(b)  $r \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $f(r) = \frac{1}{(r+1)^2}$  සහ  $U_r = \frac{(r+2)}{(r+1)^2(r+3)^2}$  යැයි ගනිමු.  
 $r \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $f(r) - f(r+2) = 4U_r$  බව පෙන්වන්න.  
 ඒ නයිත්,  $n \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{13}{144} - \frac{1}{4(n+2)^2} - \frac{1}{4(n+3)^2}$  බව පෙන්වන්න.  
 $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$  අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.  
 $n \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $t_n = \sum_{r=n}^{2n} U_r$  යැයි ගනිමු.  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = 0$  බව පෙන්වන්න.

13. (a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$  හා  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2a \\ -1 & 0 \\ 1 & 3a \end{pmatrix}$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $a \in \mathbb{R}$  වේ.

$P = AB$  මගින් අර්ථ දැක්වෙන  $P$  න්‍යාසය සොයා,  $a$  හි කිසිදු අගයකට  $P^{-1}$  නොපවතින බව පෙන්වන්න.

$P \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 5 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  නම්,  $a = 2$  බව පෙන්වන්න.

$a$  සඳහා මෙම අගය සහිත ව,  $Q = P + I$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $I$  යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසයයි.

$Q^{-1}$  ලියා දක්වා  $AA^T - \frac{1}{2}R = \left(\frac{1}{5}Q\right)^{-1}$  වන පරිදි  $R$  න්‍යාසය සොයන්න.

(b)  $z = x + iy$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $x, y \in \mathbb{R}$  වේ.  $z$  හි, මාපාංකය  $|z|$  හා ප්‍රතිබද්ධය  $\bar{z}$  අර්ථ දක්වන්න.

(i)  $z\bar{z} = |z|^2$ ,

(ii)  $z + \bar{z} = 2 \operatorname{Re} z$  හා  $z - \bar{z} = 2i \operatorname{Im} z$

බව පෙන්වන්න.

$z \neq 1$  හා  $w = \frac{1+z}{1-z}$  යැයි ගනිමු.  $\operatorname{Re} w = \frac{1-|z|^2}{|1-z|^2}$  හා  $\operatorname{Im} w = \frac{2 \operatorname{Im} z}{|1-z|^2}$  බව පෙන්වන්න.

$z = \cos \alpha + i \sin \alpha$  ( $0 < \alpha < 2\pi$ ) නම්,  $w = i \cot \frac{\alpha}{2}$  බව කව දුරටත් පෙන්වන්න.

(c) ආගන්ථි සටහනක,  $A$  හා  $B$  ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින්  $-3i$  හා  $4$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි.  $C$  හා  $D$  ලක්ෂ්‍ය පළමුවන වෘත්ත පාදකයේ පිහිටන්නේ  $ABCD$  රෝම්බසයක් හා  $\widehat{BAD} = \theta$  වන පරිදි ය; මෙහි  $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{7}{25}\right)$  වේ.  $C$  හා  $D$  ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

14. (a)  $x \neq -1, \frac{1}{3}$  සඳහා  $f(x) = \frac{16(x-1)}{(x+1)^2(3x-1)}$  යැයි ගනිමු.

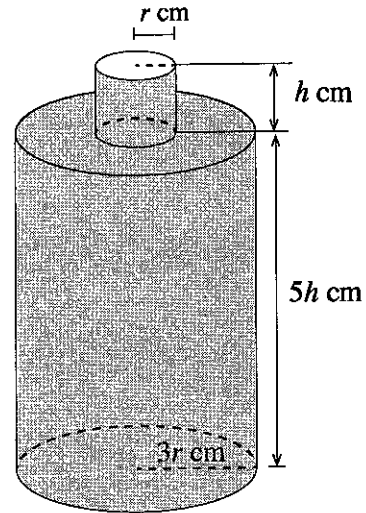
$x \neq -1, \frac{1}{3}$  සඳහා  $f(x)$  හි ව්‍යුත්පන්නය,  $f'(x)$  යන්න  $f'(x) = \frac{-32x(3x-5)}{(x+1)^3(3x-1)^2}$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින්  $y = f(x)$  හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්,  $k(x+1)^2(3x-1) = 16(x-1)$  සමීකරණයට හරියටම එක් මූලයක් පවතින පරිදි  $k \in \mathbb{R}$  හි අගයන් සොයන්න.



(b) අරය  $3r$  cm හා උස  $5h$  cm වන සංවෘත කුහර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක උඩින් මුහුණතින් අරය  $r$  cm වන කැටියක් ඉවත් කර, අරය  $r$  cm හා උස  $h$  cm වන විවෘත කුහර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සවිකර  $391\pi$  cm<sup>3</sup> ක පරිමාවක් සහිත බෝතලයක් සාදා ගත යුතුව ඇත. බෝතලයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය  $S$  cm<sup>2</sup> යන්න  $S = \pi r (32h + 17r)$  බව දී ඇත.  $S$  අවම වන පරිදි  $r$  හි අගය සොයන්න.



15. (a) (i)  $x^2, x^1$  හා  $x^0$  හි සංගුණක සැසඳීමෙන්,

සියලු  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා  $Ax^2(x-1) + Bx(x-1) + C(x-1) - Ax^3 = 1$  වන පරිදි  $A, B$  හා  $C$  නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒ නගිත්,  $\frac{1}{x^3(x-1)}$  යන්න හින්න භාග වලින් ලියා දක්වා  $\int \frac{1}{x^3(x-1)} dx$  සොයන්න.

(ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්,  $\int x^2 \cos 2x dx$  සොයන්න.

(b)  $\theta = \tan^{-1}(\cos x)$  ආදේශය භාවිතයෙන්,  $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx = 2 \ln(1 + \sqrt{2})$  බව පෙන්වන්න.

$a$  නියතයක් වන  $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$  සූත්‍රය භාවිතයෙන්,  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$  සොයන්න.

16.  $A \equiv (-2, -3)$  හා  $B \equiv (4, 5)$  යැයි ගනිමු.  $AB$  රේඛාව සමග  $l_1$  හා  $l_2$  රේඛා එක එකක් සාදන සුළු කෝණය  $\frac{\pi}{4}$  වන පරිදි  $A$  ලක්ෂ්‍යය හරහා යන  $l_1$  හා  $l_2$  රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

$P$  හා  $Q$  ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින්  $l_1$  හා  $l_2$  මත ගෙන ඇත්තේ  $APBQ$  සමචතුරස්‍රයක් වන පරිදි ය.

$PQ$  හි සමීකරණය සොයා,  $P$  හා  $Q$  හි බණ්ඩාංක සොයන්න.

තව ද  $A, P, B$  හා  $Q$  ලක්ෂ්‍ය හරහා යන  $S$  වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

$\lambda > 1$  යැයි ගනිමු.  $R \equiv (4\lambda, 5\lambda)$  ලක්ෂ්‍යය,  $S$  වෘත්තයට පිටතින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$R$  ලක්ෂ්‍යයේ සිට  $S$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය සොයන්න.

$\lambda (> 1)$  විචලනය වන විට, මෙම ස්පර්ශ ජ්‍යායන් අවල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න.

17. (a)  $0 \leq \theta \leq \pi$  සඳහා  $\cos 2\theta + \cos 3\theta = 0$  විසඳන්න.

$\cos \theta$  ඇසුරෙන්  $\cos 2\theta$  හා  $\cos 3\theta$  ලියා දක්වා,  $\cos 2\theta + \cos 3\theta = 4t^3 + 2t^2 - 3t - 1$  බව පෙන්වන්න; මෙහි  $t = \cos \theta$  වේ.

ඒ නමින්,  $4t^3 + 2t^2 - 3t - 1 = 0$  සමීකරණයෙහි මූල තුන ලියා දක්වා  $4t^2 - 2t - 1 = 0$  සමීකරණයෙහි

මූල  $\cos \frac{\pi}{5}$  හා  $\cos \frac{3\pi}{5}$  බව පෙන්වන්න.

$\cos \frac{3\pi}{5} = \frac{1 - \sqrt{5}}{4}$  බව අපෝහනය කරන්න.

(b)  $ABC$  ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද  $D$  යනු  $BD : DC = m : n$  වන පරිදි  $BC$  මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු;

මෙහි  $m, n > 0$  වේ.  $\hat{BAD} = \alpha$  හා  $\hat{DAC} = \beta$  බව දී ඇත.  $BAD$  හා  $DAC$  ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින්

නීතිය භාවිතයෙන්,  $\frac{mb}{nc} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$  බව පෙන්වන්න; මෙහි  $b = AC$  හා  $c = AB$  වේ.

ඒ නමින්,  $\frac{mb - nc}{mb + nc} = \tan\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cot\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$  බව පෙන්වන්න.

(c)  $2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{\pi}{2}$  බව පෙන්වන්න.

